

Devoir maison 3 - facultatif - pour le jeudi 23 Novembre



S. Benhajlahsen → PCSI₁

Sommaire

I Régime transitoire avec couplage inductif

1

I Régime transitoire avec couplage inductif

On considère le circuit de la figure 1 où les condensateurs sont déchargés à $t \rightarrow -\infty$. Pour les instants négatifs, l'interrupteur est ouvert et, À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur dans la branche contenant la bobine.

|| **Données numériques :** $C = 1,0 \mu\text{F}$, $E = 10 \text{ V}$, $L = 5,0 \text{ mH}$ et $R = 2,0 \times 10^2 \Omega$.

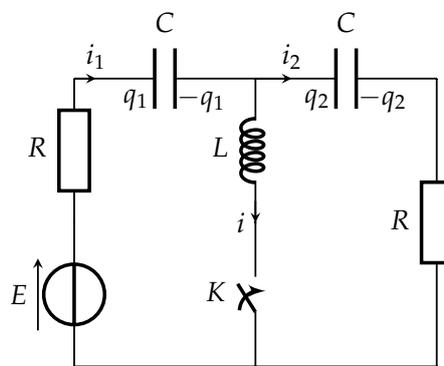


FIGURE 1

|| **Question 1 :** Justifier **proprement** que les charges $q_1(0^-)$ et $q_2(0^-)$ portées par les armatures de gauche des condensateurs, juste avant la fermeture de K vérifient :

$$q_1(0^-) = q_2(0^-) = \frac{CE}{2}$$

|| **Question 2 :** En déduire l'énergie \mathcal{E}_0 emmagasinée par les condensateurs juste avant la fermeture de K. Faire l'application numérique.

|| **Question 3 :** Déterminer l'expression des charges $q_1(0^+)$ et $q_2(0^+)$ portées par les armatures, ainsi que l'intensité $i(0^+)$ du courant circulant dans la bobine, juste après la fermeture de K.

|| **Question 4 :** Déterminer les expressions de $q_{1\infty}$, $q_{2\infty}$ et i_∞ lorsque le régime permanent peut être considéré atteint.

|| **Question 5 :** Exprimer la nouvelle énergie totale \mathcal{E}_∞ emmagasinée par le circuit en régime permanent. Faire l'application numérique.

|| **Question 6 :** Montrer que les charges q_1 et q_2 vérifient, pour $t \geq 0$:

$$\begin{cases} \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{LC} = \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{E}{L} & (1) \\ \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2}{LC} = \frac{d^2 q_1}{dt^2} & (2) \end{cases}$$

Remarque Ces deux équations ne sont pas indépendantes. C'est pour cela qu'on parle de couplage entre les deux condensateurs.

Question 7 : On pose $Q = q_1 + q_2$ et $q = q_1 - q_2$. Montrer que ce changement de variables permet d'obtenir deux équations différentielles découplées^a vérifiées séparément par Q et q que l'on peut mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = \frac{E}{R} & (3) \\ \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{2L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{2LC} = \frac{E}{2L} & (4) \end{cases}$$

a. donc indépendantes

Question 8 : Résoudre ces équations différentielles et préciser les valeurs numériques des grandeurs intervenant dans les expressions de $q(t)$ et de $Q(t)$. Vérifier la cohérence avec les courbes proposées en figure 2.

Question 9 : Exprimer l'intensité $i(t)$. Vérifier la cohérence avec la courbe proposée en figure 3.

Question 10 : Quelle est l'énergie fournie par le générateur pendant cette opération ?

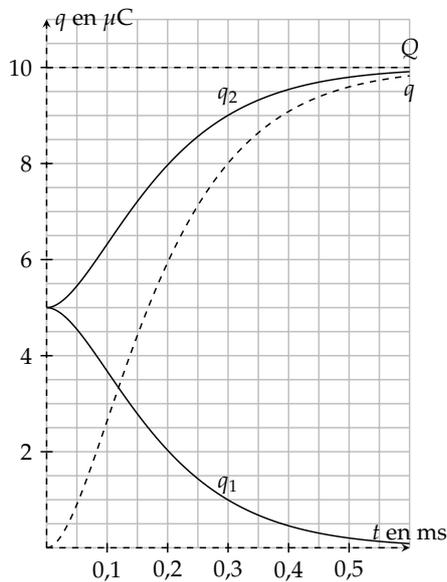


FIGURE 2 – Charges en fonction du temps. On a tracé en tirets q et Q et en trait plein q_1 et q_2 .

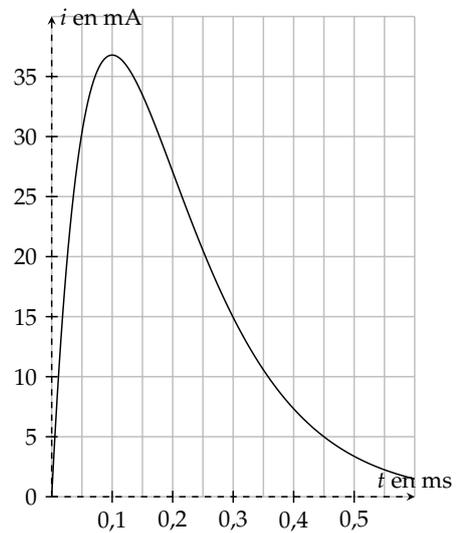


FIGURE 3 – intensité en fonction du temps.