Devoir maison 5 - facultatif - Pour le 11 janvier 2023

S. Benlhajlahsen

Sommaire

I Microscope à force atomique

Ces dernières années, de nouvelles techniques dites de "microscopies à champ proche" se sont développées pour étudier les surfaces. Parmi ces techniques, le microscope à force atomique permet de déterminer les caractéristiques topographiques, électriques ou magnétiques de la surface étudiée en mesurant la force exercée sur une fine pointe fixée à l'extrémité d'un levier élastique et placée à une distance comprise entre une fraction et quelques dizaines de nanomètres de la surface (voir figure 1). Ce problème étudie le comportement mécanique de l'ensemble levier-pointe dans deux modes de fonctionnement classiques du microscope à force atomique. Les deux parties sont largement indépendantes.

Dans tout le problème, en modélise le système levier-pointe par une masse ponctuelle m fixée à un ressort sans masse, de longueur à vide nulle et de raideur k. La position instantanée de la pointe est notée $z(t)$, l'origine des ordonnées étant prise sur la surface à étudier. On note d la distance entre la surface et l'extrémité du ressort. On suppose de plus que l'interaction pointe-surface est décrite par une énergie potentielle notée $U(z)$. La force correspondante sera notée $\vec{F} = F(z)\vec{u_z}$. On néglige la force de pesanteur. Le bilan des forces se résume donc à la tension du ressort et la force d'interaction pointe-surface.

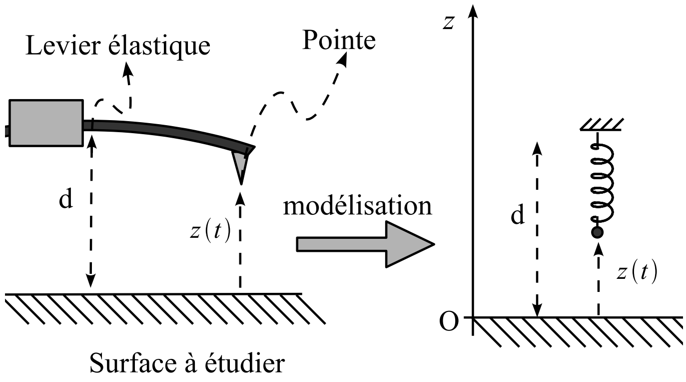

FIGURE 1

I.A mode contact - hystérésis

En mode dit "contact", lorsque la pointe est approchée de la surface, elle est soumise à une force atomique qui induit une déflexion du levier que l'on peut mesurer optiquement avec une grande sensibilité. On s'intéresse ici à quelques aspects de ce mode de fonctionnement liés à la stabilité des positions d'équilibre de la pointe.

Question 1 : En supposant la distance d fixée, écrire la condition d'équilibre de la pointe.

Question 2 : Soit $z_{\text{éq}}$ une position d'équilibre de la pointe, montrer que la condition de stabilité de cet équilibre est :

$$k + \left[\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}z^2}\right]_{z=z_{\text{éq}}} > 0$$

On suppose dans toute la suite de cette partie que $U(z)$ a pour expression : $U(z) = \dfrac{A}{z^7} - \dfrac{B}{z}$ avec $A \approx 1{,}0 \times 10^{-88}$ J · m^7 et $B \approx 1{,}0 \times 10^{-29}$ J · m.

Question 3 : Déterminer la cote z_1 correspondant au minimum de U. Déterminer la cote z_2 correspondant à l'annulation de U. Donner leur valeur numérique.

Question 4 : Déterminer l'expression de F. Représenter les graphes de U et F.

Question 5 : L'énergie potentielle U et la force F se décomposent chacune en deux termes. Quel est le terme dominant à courte distance z ?

Question 6 : Si l'on avait pris le terme en A seul, l'interaction pointe-surface aurait-elle été attractive ou répulsive ? Même question pour le terme en B ? On indiquera sur les graphes de U et F les parties répulsives et les parties attractives.

On considère de nouveau l'action du ressort.

Question 7 : Proposer une **méthode graphique** pour déterminer les positions d'équilibre de la pointe lorsque d est fixée sous l'effet des deux forces.

Question 8 : Montrer que, lorsque k est supérieur à une valeur critique k_c que l'on déterminera, toutes les positions d'équilibre sont stables, quelle que soit la valeur de d. Evaluer numériquement k_c.

Question 9 : On suppose que la pointe est à l'équilibre à une distance $z_{\text{éq}}$ de la surface telle qu'elle se trouve dans la partie répulsive de la courbe représentative de F. Cet équilibre est-il stable ?

Question 10 : Partant d'une position d'équilibre $z_{\text{éq}}$, montrer qu'une petite variation Δd de la distance d entraîne une variation Δz de la distance pointe-surface donnée par : $\Delta z \approx \dfrac{\Delta d}{1 - \frac{1}{k}\left[\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z}\right]_{z=z_{\text{éq}}}}$. Évaluer $\frac{1}{k}\left[\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z}\right]_{z=z_{\text{éq}}}$ pour $z_{\text{éq}} = 0{,}1$ nm après avoir vérifié qu'une telle position correspond bien à $F\left(z_{\text{éq}}\right) > 0$. On prendra $k = 100\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$.

Question 11 : En déduire que dans de telles conditions, une mesure de l'allongement du ressort lorsqu'on déplace la pointe au dessus de la surface donne directement la topographie de celle-ci.

On suppose à présent $k < k_c$. On part d'une situation où l'on peut négliger l'interaction pointe-surface (d très grand) et on approche très lentement le levier de la surface (d diminue).

Question 12 : A l'aide de la méthode graphique précédente, décrire qualitativement les variations d'allongement du ressort et montrer que la pointe se rapproche brutalement de la surface dès que la distance pointe-surface atteint une valeur d_1 que l'on déterminera. Si on continue ensuite d'approcher le levier de la surface, que se passe-t-il ?

Question 13 : On revient ensuite en arrière en écartant doucement le levier de la surface. Montrer que la pointe s'écarte brutalement de la surface pour une valeur de d_2 différente de d_1.

Question 14 : Ces considérations sont-elles en accord avec la courbe de la figure 2 donnant les positions d'équilibre de la pointe obtenues lors de l'approche du levier puis de son recul.

Question 15 : Comment appelle-t-on le phénomène observé ?

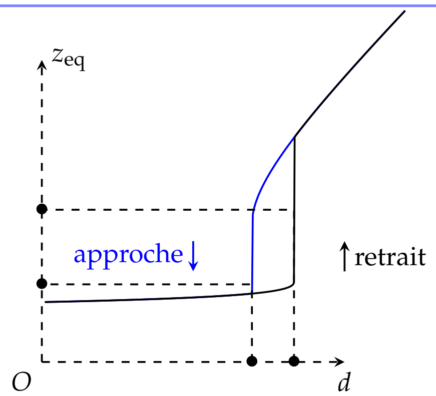

FIGURE 2

Application numérique Estimer z_c et la force correspondante pour $k = 0{,}1\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$