



Sommaire

I Le dermographe, machine à tatouer électrique (d'après Centrale TSI 2023)

1

I Le dermographe, machine à tatouer électrique (d'après Centrale TSI 2023)

Un tatouage est un dessin décoratif ou symbolique permanent effectué sur la peau. Il est pratiqué depuis plusieurs milliers d'années dans le monde entier. Ötzi (environ 3500 avant Jésus-Christ), l'homme des glaces, découvert gelé dans les Alpes italo-autrichiennes, arbore par exemple des tatouages supposés thérapeutiques. En Égypte, en Chine et en Océanie, on a également découvert de nombreuses momies portant des tatouages. Le tatouage peut être défini comme l'introduction de pigments ou de substances possédant un pouvoir chromatique à la limite entre l'épiderme et le derme (en moyenne à 1 mm de profondeur) dans le but d'en obtenir un dessin permanent. Les techniques d'introduction des pigments sont nombreuses et ont évolué au cours du temps. Ce sujet s'intéresse dans une première partie au dermographe, machine à tatouer électrique qui fait son apparition à la fin du 19^{ème} siècle et qui est toujours utilisée aujourd'hui. Il aborde ensuite l'utilisation de certains pigments et, pour finir, l'étude de l'effaçage d'un tatouage par laser.

Données numériques : Permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$, perméabilité magnétique du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$, vitesse de la lumière dans le vide $c = 2,99 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Caractéristique du dermographe :

- Longueur de la partie mobile : $\ell = 3 \text{ cm}$;
- Moment d'inertie de la partie mobile : $J = 2 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
- Coefficient de rappel : $K = 7 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$;
- Angle du point extrême de la partie conductrice : $\theta_S = \pi/60 \text{ rad}$;
- Nombre de spires par unité de longueur de la bobine : $n = 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$;
- Perméabilité relative du matériau inséré dans la bobine : $\mu_r = 5 \times 10^2$.

Le dermographe est composé de plusieurs éléments (voir figure 1) :

- une partie mobile attachée au support via une lame métallique à l'origine d'un couple de rappel ;
- des bobines avec des noyaux ferromagnétiques, générant un champ magnétique.

Il est par ailleurs alimenté par un générateur, généralement contrôlé par le tatoueur via une pédale.

Le principe du dermographe repose sur l'alternance entre deux phases. Dans un premier temps, la partie mobile est en contact avec la vis. Ce contact permet de fermer le circuit électrique alimenté par le générateur et formé par les bobines, la partie mobile et le support. Si le générateur fonctionne, un courant circule dans le circuit et en particulier dans les bobines. Un champ magnétique est alors créé par les bobines, ce qui génère une force sur la partie mobile, vers le bas.

Dans un second temps, la partie mobile se décolle de la vis de contact, ouvrant le circuit. La force magnétique disparaît et la force de rappel ramène la partie mobile vers la position de contact. L'aiguille, accrochée à l'extrémité de la partie mobile, aura donc un mouvement périodique de haut en bas et de bas en haut.

I.A Champ magnétique créé par une bobine

On considère dans un premier temps une bobine assimilée à un solénoïde infini d'axe (Oz), avec un nombre de spires par unité de longueur n et parcourue par un courant d'intensité i permanente. On se place dans l'approximation des régimes quasi stationnaires.

Question 1 : En utilisant un schéma, déterminer la direction du champ magnétique \vec{B} créé par le courant circulant dans la bobine et indiquer les variables dont il dépend.

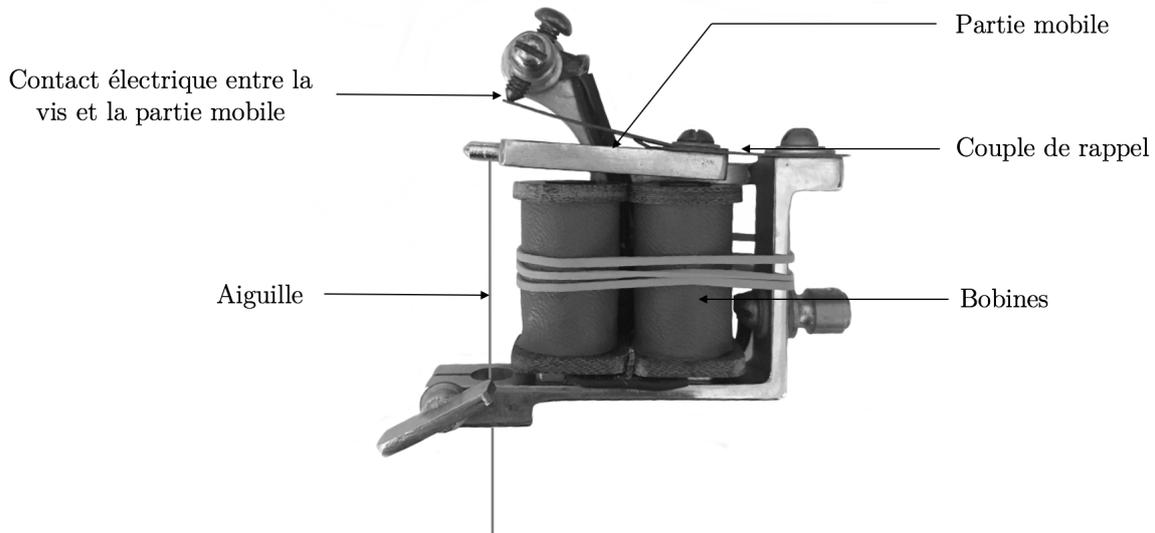


FIGURE 1 – Le dermatographe

Question 2 : En admettant que le champ magnétique est nul à l'extérieur de la bobine, déterminer le champ \vec{B} à l'intérieur de la bobine.

Question 3 : Tracer l'allure des lignes de champ magnétique pour une bobine infinie, puis pour une bobine de longueur finie. Décrire les variations du champ magnétique dans les deux cas. Dans la suite, on suppose que la partie mobile se situe toujours dans une zone où le champ peut être considéré comme uniforme.

I.B Fonctionnement du dermatographe simplifié

Afin d'en simplifier l'étude, on s'intéresse, dans cette sous-partie, à une version modifiée du dermatographe (voir figure 2).

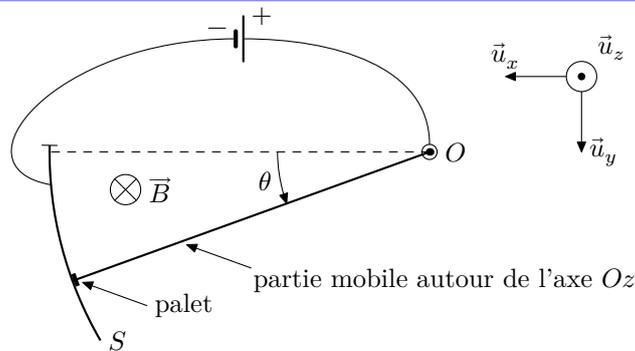


FIGURE 2 – Modélisation simplifiée du dermatographe

On modélise le contact par un arc de cercle conducteur avec lequel la partie mobile peut être en contact via un palet à son extrémité. Au point S ($\theta_S = \frac{\pi}{60}$), l'arc de cercle se termine. On admet que tant que le contact est assuré, la partie mobile est parcourue par un courant d'intensité I et qu'elle se déplace dans une zone de champ magnétique uniforme $\vec{B} = -B\vec{u}_z$, avec $B > 0$. Elle est soumise à un couple de rappel de moment $\vec{\Gamma} = -K\theta\vec{u}_z$.

On suppose que l'action du poids est négligeable devant les autres actions mécaniques et que les forces de frottement sont négligeables devant les autres forces mises en jeu. Par ailleurs, on néglige les effets d'induction liés au mouvement de la partie mobile dans le champ magnétique extérieur.

Question 4 : Recopier sur la copie le schéma de la figure 2 en indiquant le sens du courant électrique dans la partie mobile, ainsi que la force s'exerçant sur celle-ci lorsqu'elle est parcourue par un courant. Donner le nom et l'expression de cette force.

Question 5 : Initialement ($t = 0^-$), le générateur n'est pas branché et la partie mobile est au repos. Quelle est alors la position de la partie mobile ? Justifier la réponse.

Question 6 : On met le générateur sous tension à $t = 0^+$. Effectuer un bilan des actions mécaniques sur la partie mobile.

Question 7 : Montrer que θ satisfait l'équation différentielle $\ddot{\theta} + \omega_0^2 = A$ et exprimer ω_0 et A en fonction de J, K, I, B et ℓ .

Question 8 : Par une analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression trouvée pour A .

Question 9 : Résoudre l'équation différentielle pour déterminer l'expression de $\theta(t)$ tant que le contact est assuré.

Question 10 : Lorsqu'on insère un matériau ferromagnétique dans une bobine, on modifie l'expression du champ créé en le multipliant par μ_r , perméabilité magnétique relative du milieu. En reprenant l'expression du champ magnétique obtenu pour la bobine infinie parcourue par le courant d'intensité I , et sachant qu'on ajoute un matériau de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 500$, quelle doit être la valeur maximale du coefficient de rappel K pour qu'il puisse ne plus exister de contact entre la partie mobile et l'arc conducteur ? Vérifier que la valeur donnée dans l'énoncé satisfait à cette condition, sachant que l'intensité circulant généralement dans les dermatographes est d'environ 1 A et que les bobines ont un nombre de spires par unité de longueur $n = 2 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$.

Question 11 : Déterminer l'expression puis la valeur de l'instant t_1 pour lequel la partie mobile quitte l'arc conducteur.

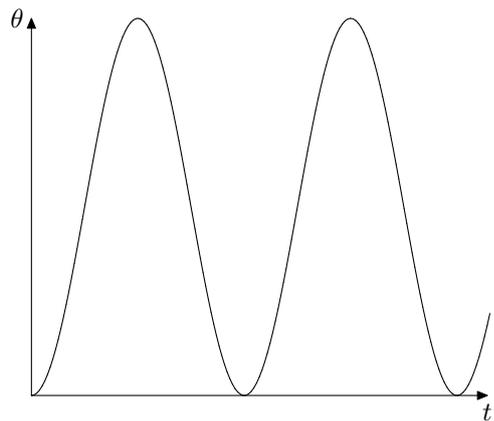
I.C Rupture du contact fermant le circuit

On pose $t' = t - t_1$. À $t' = 0$, la partie mobile quitte l'arc conducteur, ce qui annule la force magnétique.

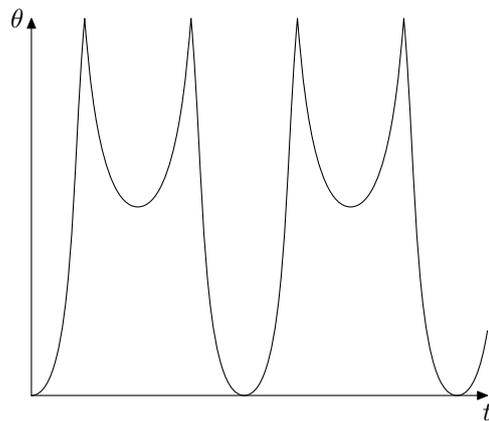
Question 12 : Déterminer la nouvelle équation différentielle satisfaite par θ . La résoudre pour déterminer $\theta(t')$ tant que le contact est rompu.

Question 13 : On admet que la valeur de l'angle maximal atteint par la partie mobile est de 0,096 rad. En déduire l'amplitude du mouvement de l'aiguille.

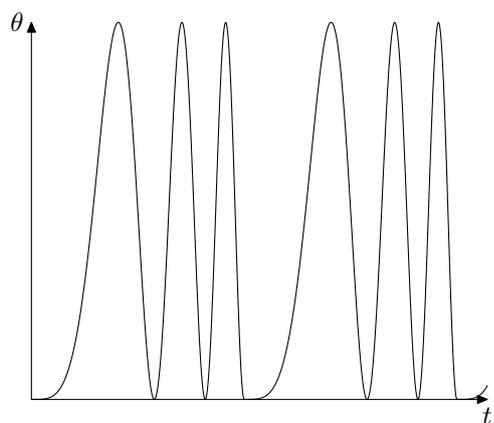
Question 14 : Parmi les 4 courbes de la figure 3, choisir, en justifiant, celle représentant θ en fonction du temps. Les courbes ont parfois été tracées en accentuant fortement les caractéristiques : en réalité, les deux phases sont moins différenciées.



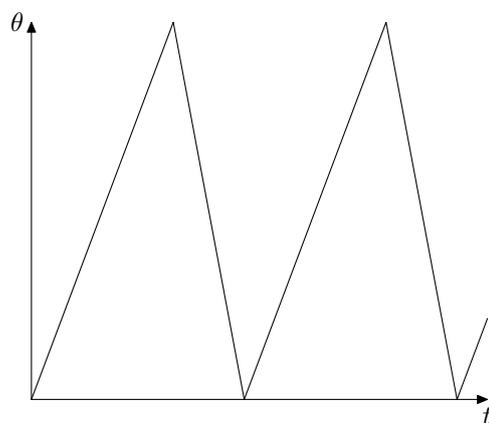
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4

FIGURE 3 – Profils de θ en fonction du temps
