

Programme de colle 12

S. Benhajlahsen → PCSI₁



Semaine du lundi 16 décembre 2024

Sommaire

I	Approche énergétique du mouvement d'un point matériel dans un référentiel galiléen	1
II	Miroirs plans et lentilles minces en optique géométrique	5

Au programme cette semaine :

I Approche énergétique du mouvement d'un point matériel dans un référentiel galiléen

1. Puissance et travail d'une force

- (a) déplacement élémentaire d'un point matériel M
- (b) travail élémentaire d'une force

|| **À retenir :** Dans le référentiel galiléen \mathcal{R} , le travail élémentaire de la force \vec{F} pour un déplacement $d\vec{\ell}$ est donné par :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

|| **Dimensions :** Un travail est une forme d'énergie et s'exprimera donc en joule (J) dans le système international d'unités.

- (c) puissance développée par une force

|| **À retenir :** La puissance $\mathcal{P}(\vec{F}/\mathcal{R})$ développée par la force \vec{F} agissant sur le point matériel M de vitesse \vec{v} dans le référentiel \mathcal{R} vaut :

$$\mathcal{P}(\vec{F}/\mathcal{R}) = \vec{F} \cdot \vec{v}(M/\mathcal{R})$$

- (d) propriété
- (e) travail d'une force le long d'un chemin fini
- (f) travail d'une force de norme et de direction constante
- (g) exemple du travail de la force de frottement solide

|| **Capacité exigible :** Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.

|| **Réponse :** On retiendra que :

- si $\mathcal{P} > 0$ ou $\delta W > 0$, la force est motrice ;
- si $\mathcal{P} < 0$ ou $\delta W < 0$, la force a un rôle résistant.

2. Loi de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique en référentiel galiléen

- (a) énergie cinétique, loi de la puissance cinétique

|| **À retenir :** Soit M un point matériel de vitesse $\vec{v}(M/\mathcal{R})$. Son énergie cinétique $E_C(M/\mathcal{R})$ vaut :

$$E_C(M/\mathcal{R}) = \frac{1}{2}m \|\vec{v}(M/\mathcal{R})\|^2$$

|| **Dimensions** Cette énergie cinétique s'exprime en joule (J).

À retenir : Soit M un point matériel, de vitesse $\vec{v} (M/\mathcal{R})$, soumis à une résultante de force \vec{F} dans le référentiel galiléen \mathcal{R} . On a alors :

$$\frac{dE_C (M/\mathcal{R})}{dt} = \mathcal{P} (\vec{F} / \mathcal{R})$$

(b) loi de l'énergie cinétique

Loi de l'énergie cinétique : Si M se déplace entre les positions A et B alors :

$$E_C (B/\mathcal{R}) - E_C (A/\mathcal{R}) = \int_A^B \delta W (\vec{F} / \mathcal{R})$$

$$\Delta E_C = W_{A \rightarrow B} (\vec{F} / \mathcal{R})$$

3. Énergie potentielle dans les problèmes à un degré de liberté

- (a) problème à un degré de liberté
- (b) notion d'énergie potentielle
- (c) notion de champ
- (d) définition de l'énergie potentielle E_P d'un champ de force

À retenir : Si la force \vec{F} est conservative et « dérive » de l'énergie potentielle E_P alors :

$$dE_P = -\delta W = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell} \iff \vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} (E_P)$$

où $\overrightarrow{\text{grad}}$ est l'opérateur gradient.

A retenir : Le gradient d'une fonction $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ (dans lequel l'espace est repéré par un système de coordonnées cartésiennes) a pour expression :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

Si f ne dépend que de la variable x alors :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \frac{df}{dx} \vec{u}_x$$

- (e) énergie potentielle de pesanteur
- (f) énergie potentielle élastique

Capacité exigible : Établir et citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.

Capacité exigible : Déterminer l'expression d'une force à partir de l'énergie potentielle, l'expression du gradient étant fournie.

Capacité exigible : Dédurre qualitativement, en un point du graphe d'une fonction énergie potentielle, le sens et l'intensité de la force associée.

Réponse : Le gradient indique le sens et la direction de l'augmentation de la grandeur sur laquelle il agit. $\overrightarrow{\text{grad}}(E_P)$ est dans le sens de l'augmentation de E_P . Comme $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(E_P)$, \vec{F} est orienté des zones de fortes énergies vers les zones de faibles énergies avec une intensité qui augmente avec la « pente » de E_P .

4. Énergie potentielle dans les mouvements à plusieurs degrés de liberté

- (a) gradient
- (b) énergie potentielle dans un problème à plusieurs degrés de liberté

5. Condition et stabilité d'un équilibre

- (a) condition de l'équilibre
- (b) stabilité de l'équilibre
- (c) étude des petits mouvement autour d'une position d'équilibre stable, technique de « linéarisation »

|| **Capacité exigible :** Établir l'équation différentielle du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre.

6. Énergie mécanique d'un point matériel en référentiel galiléen

|| **Capacité exigible :** Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.

(a) énergie mécanique

(b) mouvement d'un point matériel dans un champs de force conservative

|| **Capacité exigible :** Identifier sur un graphe d'énergie potentielle une barrière et un puits de potentiel. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.

|| **Capacité exigible :** Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre. Analyser qualitativement la nature, stable ou instable, de ces positions.

(c) période d'oscillation dans un puits de potentiel parabolique ou puits de potentiel harmonique

(d) période d'oscillation dans un puits de potentiel non-parabolique

|| **Capacité numérique :** À l'aide d'un langage de programmation, résoudre numériquement une équation différentielle du deuxième ordre non-linéaire et faire apparaître l'effet des termes nonlinéaires.

|| **Remarque :** En figure 1, on résume l'ensemble des lois à disposition pour l'étude du mouvement d'un point matériel.

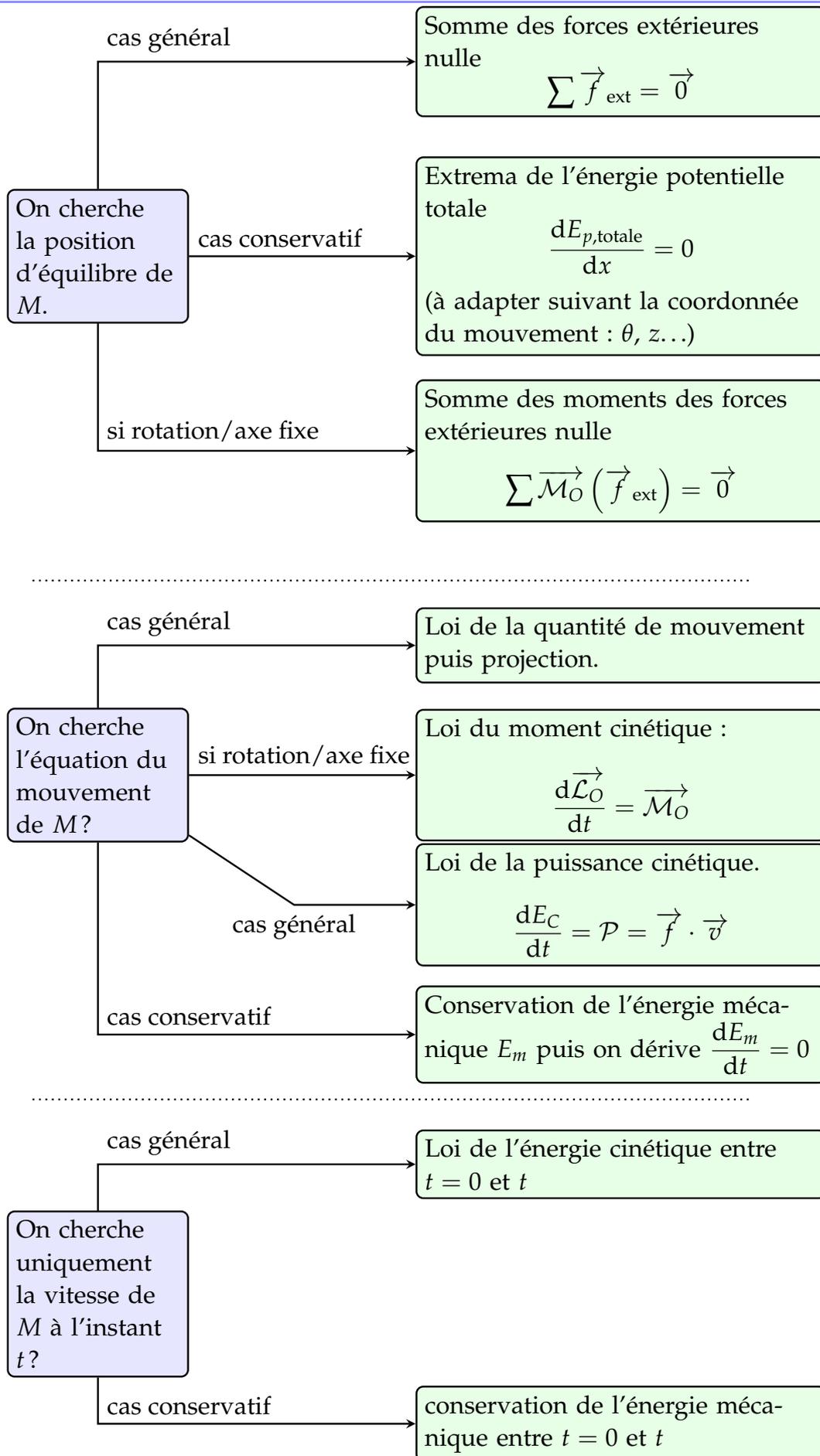


FIGURE 1

II Miroirs plans et lentilles minces en optique géométrique

1. Distance algébrique
2. Notion d'objet et d'image
 - (a) objet lumineux
 - (b) image
 - (c) conjugaison objet-image, stigmatisme

3. Cas du miroir plan

|| **Capacité exigible :** Construire l'image d'un objet par un miroir plan.

- (a) relation de conjugaison
- (b) objet et image étendus

4. Cas du dioptre plan

- (a) étude en lumière monochromatique
 - i. absence de stigmatisme rigoureux, aberrations géométriques
 - ii. stigmatisme approché, relation de conjugaison
- (b) étude en lumière polychromatique

5. Système optique centré, conditions de Gauss

- (a) définition
- (b) stigmatisme rigoureux
- (c) aplanétisme rigoureux
- (d) condition de l'approximation de Gauss

|| **Capacité exigible :** Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences. Relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur.

|| **Réponse :** La notion de stigmatisme approché dépend de la taille des cellules du capteur. On aura stigmatisme approché et donc netteté de l'image si la taille image est plus petite que la taille de la cellule éclairé.

- i. stigmatisme et aplanétisme approchés
- ii. approximation de Gauss

6. Lentilles sphériques

- (a) structure
- (b) lentilles à bords minces ou lentilles convergentes
- (c) lentille à bords épais ou lentilles divergentes

7. Propriétés des lentilles

- (a) stigmatisme et aplanétisme
- (b) centre optique
- (c) foyers et plans focaux

8. Recherche des images

- (a) construction d'une image
- (b) relations de conjugaison

|| **Capacité exigible :** Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.

|| **Capacité exigible :** Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.

|| **Capacité exigible :** Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

|| **Réponse :** C'est la condition de Bessel. Si on note D la distance entre un objet réel et une image réelle, on a nécessairement $D \leq 4f'$.

9. Quelques dispositifs à connaître

(a) Loupe

(b) Modélisation de l'oeil

|| **Capacité exigible :** Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe. Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.

(c) Lunette astronomique

|| **Capacité exigible :** Modéliser, à l'aide de plusieurs lentilles, un dispositif optique d'utilisation courante.

(d) Appareil photographique

|| **Capacité exigible :** Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur. Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.

|| Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.