# Programme de colle 13

*S. Benlhajlahsen → PCSI$_1$*

**Semaine du lundi 8 janvier 2023**

## Sommaire



**Notes pour les colleurs :** La décomposition de Fourier a été présentée mais il semble préférable de l'utiliser avec les filtres.

**Au programme cette semaine :**

### I Résonance dans les systèmes linéaires

1. Réponse d'un oscillateur mécanique harmonique amorti à une excitation sinusoïdale
   (a) Équation du mouvement
   (b) régime transitoire - régime sinusoïdale forcé
   (c) réponse à un signal périodique non sinusoïdale
2. Régime sinusoïdal forcé - réponse en position
   (a) notation complexe

   **Capacité exigible :** Utiliser la représentation complexe pour étudier le régime forcé.

   (b) phénomène de résonance en position
3. Résonance en vitesse

   **Capacité exigible :** Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité.

   **Réponse :** L'acuité de la résonance est la « finesse relative » la courbe de résonance (voir figure 1) :

$$Q = \frac{f_{\text{rés}}}{\text{largeur de la bande passante}} = \frac{f_{\text{rés}}}{\Delta f}$$

   **Capacité exigible :** Déterminer la pulsation propre $\omega_0$ et le facteur de qualité $Q$ à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.

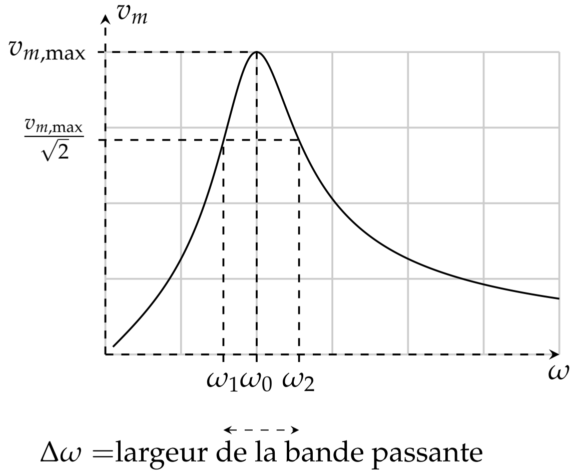


FIGURE 1 – Bande passante.

   (a) notation complexe
   (b) phénomène de résonance en vitesse
   (c) notion de bande passante
4. Analogie électromécanique

## II Décomposition de Fourier - Analyse harmonique d'un signal

1. On considére un signal $e(t)$ périodique. On note $T_0$ sa période et $f_0 = \frac{1}{T_0}$. Sa pulsation est alors définie par $\omega_0 = 2\pi f_0$.

   > **À retenir :** Tout signal physique périodique est décomposable en une somme de signaux sinusoïdaux.

   > **À retenir :** Les termes de la décomposition en série de Fourier ont des pulsations multiples entiers de la pulsation du signal à décomposer.

   > **À retenir :** La décomposition peut donc s'écrire de manière générale :
   >
   > $$e(t) = m + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) = m + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$
   >
   > $m$ est la valeur moyenne de la fonction $e(t)$ définie par :
   >
   > $$m = \langle e \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{t=0}^{T_0} e(t) \mathrm{d}t$$
   >
   > $a_n$ et $b_n$ sont les coefficients de la série de Fourier de la fonction $e$. De plus, $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$.

2. On attribue généralement la fréquence nulle à la valeur moyenne.
3. Si un signal est paire, sa décomposition de comporte que des cosinus.
4. Si un signal est impaire, sa décomposition de comporte que des sinus.
5. On donne en figure 2, le spectre d'un signal sinusoïdal. Celui-ci ne comporte qu'une fréquence.
6. On donne en figure 3, le spectre d'un signal triangulaire alternatif. L'amplitude des harmoniques décroît comme $\frac{1}{n^2}$.
7. On donne en figure 4, le spectre d'un signal rectangulaire alternatif. L'amplitude des harmoniques décroît comme $\frac{1}{n}$.

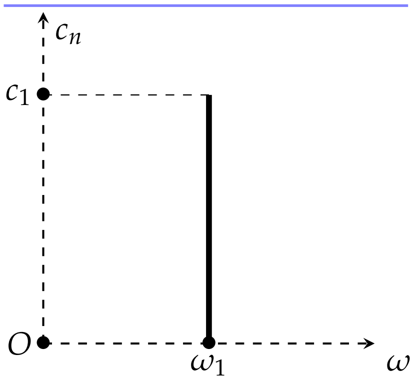


FIGURE 2 – Spectre d'un signal sinusoïdal de pulsation $\omega_1$.

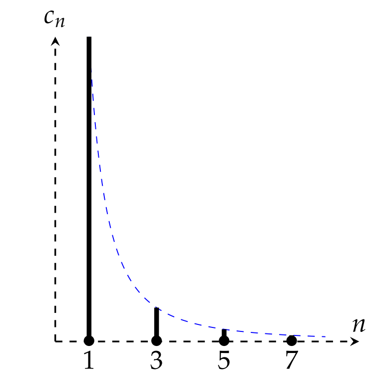


FIGURE 3 – Spectre d'un signal triangulaire.

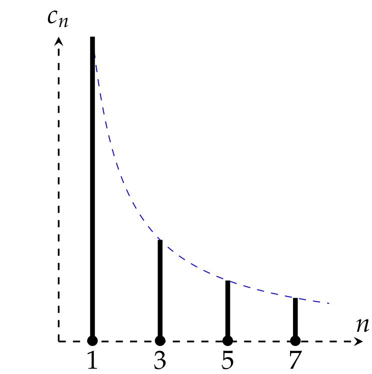


FIGURE 4 – Spectre d'un signal créneau.