

Programme de colle 18

S. Benhajlahsen → PCSI₁



Semaine du lundi 27 février 2025

Sommaire

I Mouvement à force centrale	1
II Potentiel électrostatique et théorème de Gauss	4

|| Notes pour les colleurs : J'ai fait uniquement le cours sur le théorème de Gauss sans exercices.

Au programme cette semaine :

I Mouvement à force centrale

1. Exemple simple d'un satellite en rotation circulaire autour de la Terre
2. Rappel sur les ellipses droites
3. Champ de force centrale
 - (a) forces centrales
 - (b) énergie potentielle
4. Lois de conservation pour un champ de force centrale
 - (a) conservation du moment cinétique (voir figures 1 et 2)

|| **Capacité exigible** : Établir la conservation du moment cinétique à partir du théorème du moment cinétique.
Établir les conséquences de la conservation du moment cinétique : mouvement plan, loi des aires.

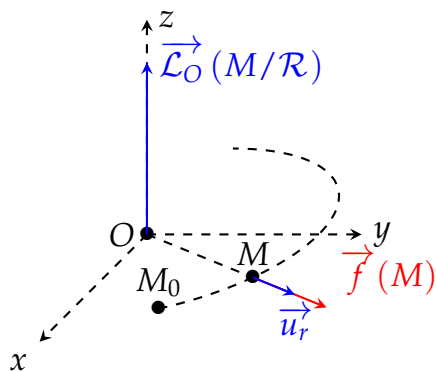


FIGURE 1 – Mouvement plan.

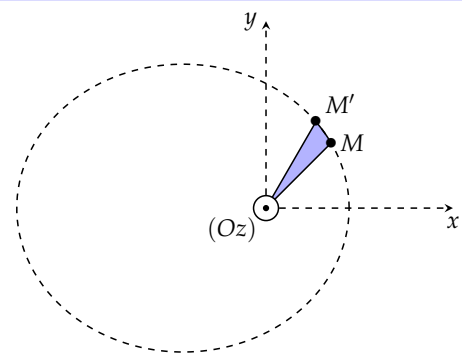


FIGURE 2 – Aire balayée par le vecteur position entre t et $t + dt$.

- (b) loi des aires (voir figure 3).
- (c) conservation de l'énergie

|| **Capacité exigible** : Exprimer l'énergie mécanique d'un système conservatif ponctuel à partir de l'équation du mouvement.

- (d) état lié, état de diffusion

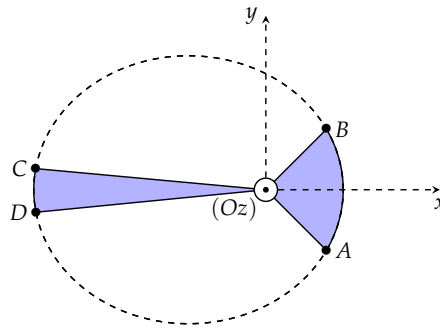


FIGURE 3 – Illustration de la loi des aires. Les aires balayées par le vecteur position entre A et B et entre C et D sont identiques.

Capacité exigible : Exprimer la conservation de l'énergie mécanique et construire une énergie potentielle effective.
 Décrire qualitativement le mouvement radial à l'aide de l'énergie potentielle effective.
 Relier le caractère borné du mouvement radial à la valeur de l'énergie mécanique (voir figures 4 et 5).

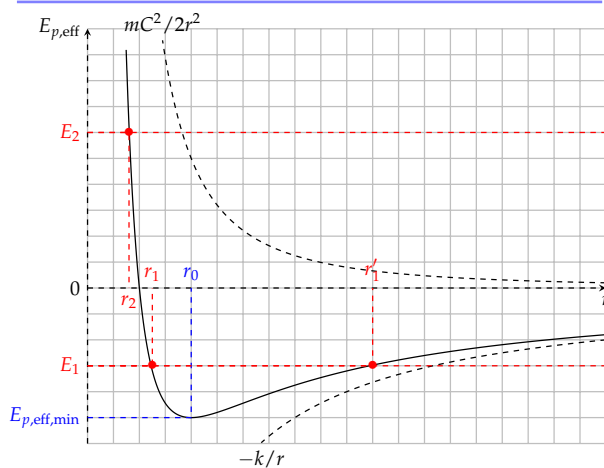


FIGURE 4 – Énergie potentielle effective dans le cas où $k > 0$. On a représenté en tiret chacun des deux termes de cette énergie potentielle.

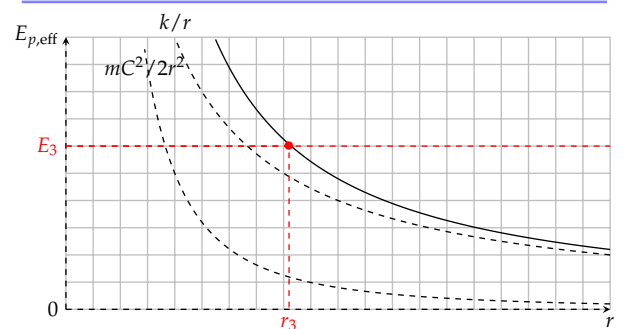


FIGURE 5 – Énergie potentielle effective dans le cas où $k < 0$. On a représenté en tiret chacun des deux termes de cette énergie potentielle.

5. Mouvements des planètes dans un champ gravitationnel

- les référentiels d'étude
- équation de la trajectoire
- nature de la trajectoire, énergie
- lois de Kepler pour les planètes en mouvement elliptique

Capacité exigible : Énoncer les lois de Kepler pour les planètes et les transposer au cas des satellites terrestres.

- mouvements circulaire des satellites autour de la terre

Capacité exigible : Établir que le mouvement est uniforme et déterminer sa période.

Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier de la trajectoire circulaire.

Exploiter sans démonstration sa généralisation au cas d'une trajectoire elliptique

Capacité exigible : Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement circulaire.

Exprimer l'énergie mécanique pour le mouvement elliptique en fonction du demi-grand axe.

|| **Réponse :** Dans le cas d'un mouvement circulaire, l'énergie mécanique vaut $E_m = -\frac{k}{2R}$ et devient $E_m = -\frac{k}{2a}$ dans le cas d'une trajectoire elliptique de demi-grand axe a .

(f) vitesse de libération

II Potentiel électrostatique et théorème de Gauss

1. Circulation du champ électrostatique

(a) circulation du champ électrostatique

|| **Capacité exigible (PSI) :** Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrique.

(b) cas d'une charge ponctuelle

|| **Capacité exigible (PSI) :** Établir la relation entre l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle et le potentiel.

2. Potentiel électrostatique

(a) potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle

(b) Propriétés et surfaces équipotentielles (voir figure 6)

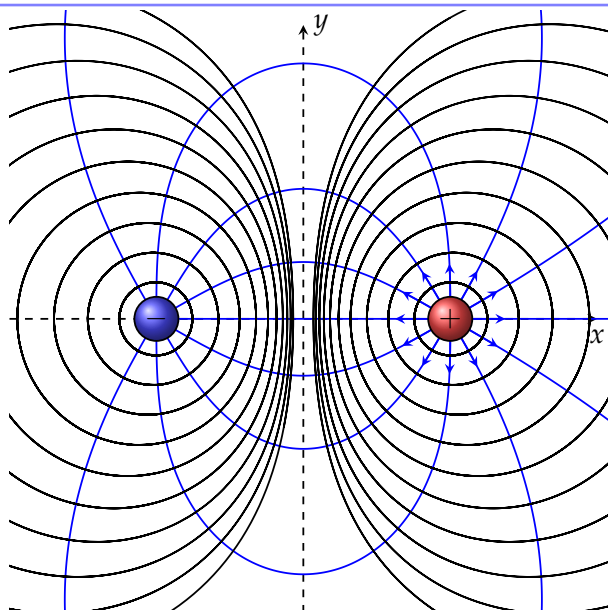
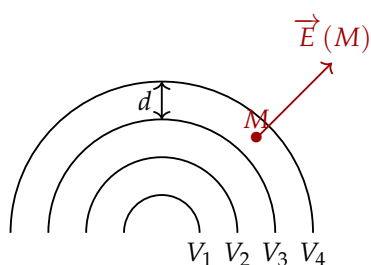


FIGURE 6 – Surfaces équipotentielles autour d'un doublet de charge $(+q, -q)$. On a laissé en bleu les lignes du champ électrique.

|| **Capacité exigible (PC) :** Justifier l'orthogonalité des lignes de champ avec les surfaces équipotentielles et leur orientation dans le sens des potentiels décroissants.

|| **Capacité exigible (PSI) :** Évaluer la valeur d'un champ électrique à partir d'un réseau de surfaces équipotentielles.

Réponse :



Si le champ électrique est la mesure du gradient de potentiel alors, en première approximation, on a :

$$\|\vec{E}(M)\| = \|\overrightarrow{-\text{grad}}(V)\| \approx \frac{|V_3 - V_4|}{d}$$

Cela justifie de plus que le champ électrique se mesure en $V \cdot m^{-1}$.

3. Énergie potentielle électrostatique

(a) travail de la force électrostatique

(b) énergie potentielle électrostatique

4. Flux d'un champ vectoriel

- (a) vecteur surface élémentaire
- (b) flux du champ électrostatique

5. Théorème de Gauss

- (a) énoncé

|| **Capacité exigible (PC) :** Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.

- (b) Calcul du champ électrique avec le théorème de Gauss

- i. champ créé par une sphère chargée uniformément en surface (voir figure 7)
- ii. champ créé par un cylindre chargé uniformément en volume (voir figure 8)
- iii. champ créé par un plan infini chargé uniformément en surface (voir figure 9)

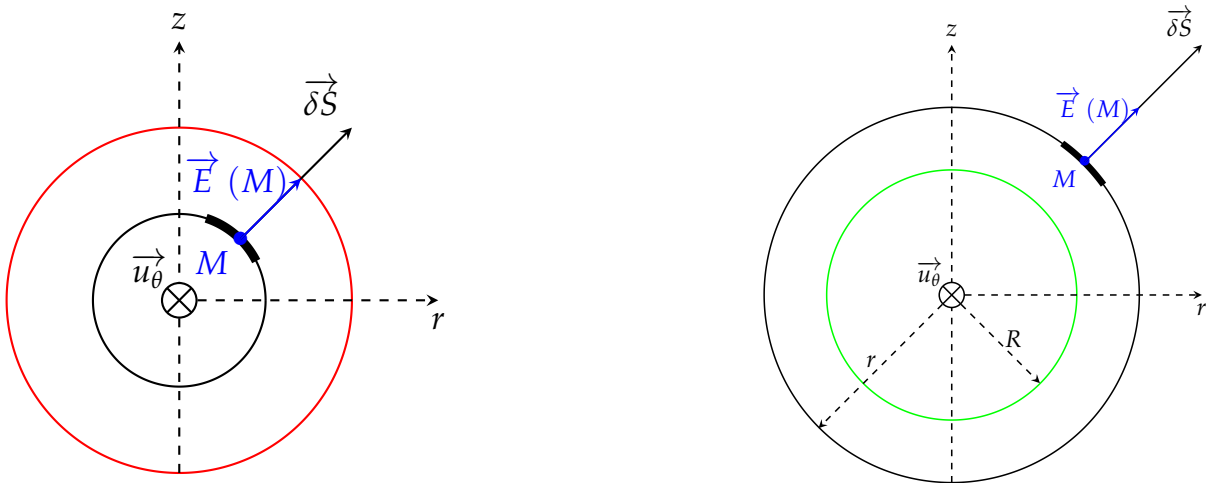


FIGURE 7 – Surface de Gauss pour la sphère. À Gauche, on s’est placé dans le cas où $r < R$ et à droite dans le cas où $r > R$. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.

- (c) Capacité d’un condensateur plan

|| **Capacité exigible (PC) :** Établir l’expression du champ créé par un condensateur plan. Déterminer l’expression de la capacité d’un condensateur plan.

|| **Capacité exigible (PSI) :** Énoncer et appliquer le théorème de Gauss. Établir le champ électrique et le potentiel créés par une charge ponctuelle, une distribution de charge à symétrie sphérique, une distribution de charge à symétrie cylindrique.

Exploiter le théorème de superposition. Utiliser le modèle de la distribution surfacique de charge.

|| Établir le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.

6. Théorème de Gauss pour le champ de gravitation

|| **Capacité exigible (PC) :** Utiliser les analogies entre les forces électrostatique et gravitationnelle pour déterminer l’expression de champs gravitationnels.

|| **Capacité exigible (PSI) :** Établir les analogies entre les champs électrique et gravitationnel.

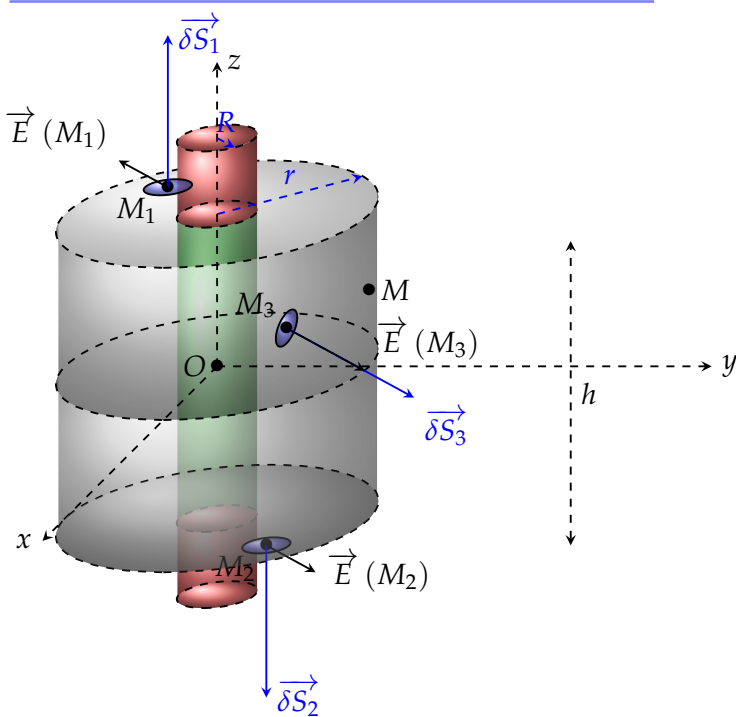


FIGURE 8 – Surface de Gauss pour le cylindre infini. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.

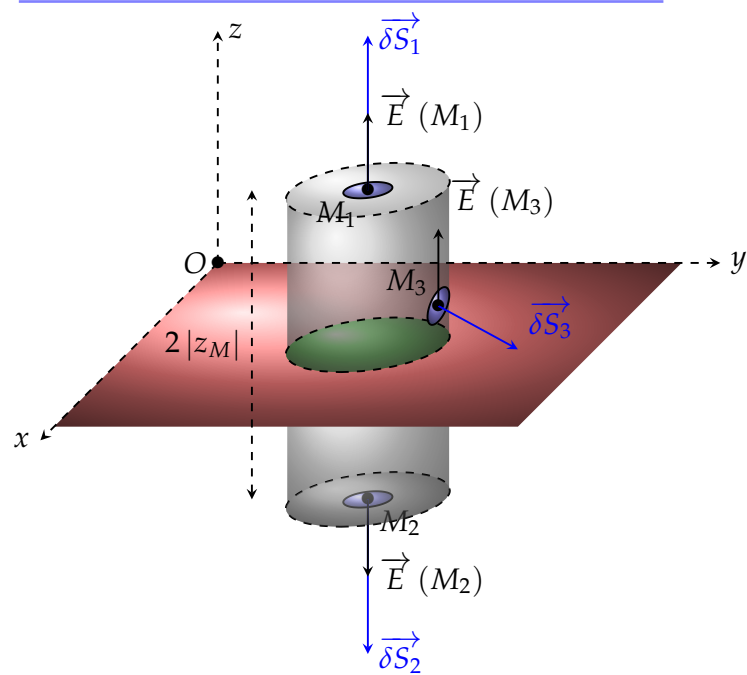


FIGURE 9 – Surface de Gauss pour le plan infini. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.