Programme de colle 19

S. Benlhajlahsen → PCSI$_1$

Semaine du lundi 3 mars 2025

Sommaire

Au programme cette semaine :

I Potentiel électrostatique et théorème de Gauss

1. Circulation du champ électrostatique
   (a) circulation du champ électrostatique

   > **Capacité exigible (PSI) :** Exprimer une différence de potentiel comme une circulation du champ électrique.

   (b) cas d'une charge ponctuelle

   > **Capacité exigible (PSI) :** Établir la relation entre l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle et le potentiel.

2. Potentiel électrostatique
   (a) potentiel électrostatique créé par une charge ponctuelle
   (b) Propriétés et surfaces équipotentielles (voir figure 1)

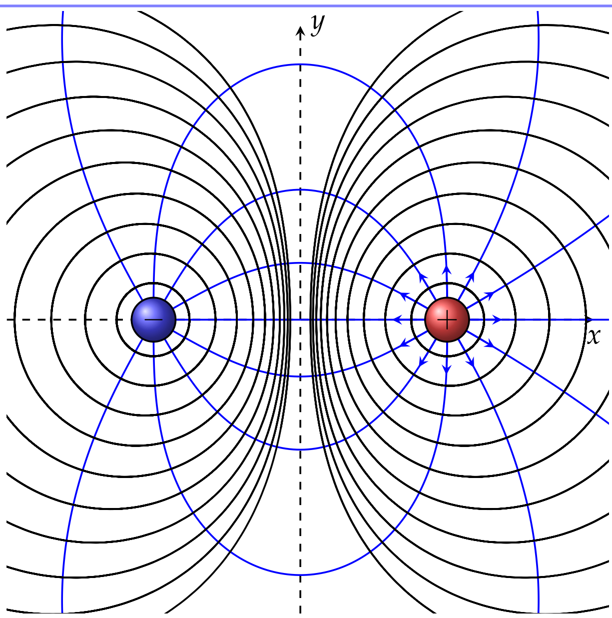
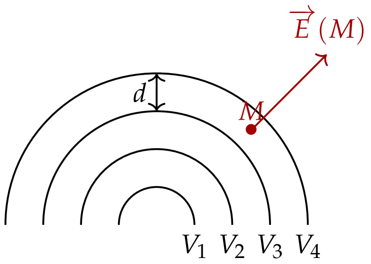


FIGURE 1 – Surfaces équipotentielles autour d'un doublet de charge $(+q, -q)$. On a laissé en bleu les lignes du champ électrique.

> **Capacité exigible (PC) :** Justifier l'orthogonalité des lignes de champ avec les surfaces équipotentielles et leur orientation dans le sens des potentiels décroissants.

> **Capacité exigible (PSI) :** Évaluer la valeur d'un champ électrique à partir d'un réseau de surfaces équipotentielles.

> **Réponse :**
>
> 
>
>
> Si le champ électrique est la mesure du gradient de potentiel alors, en première approximation, on a :
>
> $$\left\| \overrightarrow{E}(M) \right\| = \left\| -\overrightarrow{\text{grad}}(V) \right\| \approx \frac{|V_3 - V_4|}{d}$$
>
> Cela justifie de plus que le champ électrique se mesure en $\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$.

3. Énergie potentielle électrostatique
   (a) travail de la force électrostatique
   (b) énergie potentielle électrostatique
4. Flux d'un champ vectoriel
   (a) vecteur surface élémentaire
   (b) flux du champ électrostatique
5. Théorème de Gauss
   (a) énoncé

   > **Capacité exigible (PC) :** Choisir une surface adaptée et utiliser le théorème de Gauss.

   (b) Calcul du champ électrique avec le théorème de Gauss
      i. champ créé par une sphère chargée uniformément en surface (voir figure 2)
      ii. champ créé par un cylindre chargé uniformément en volume (voir figure 3)
      iii. champ créé par un plan infini chargé uniformément en surface (voir figure 4)

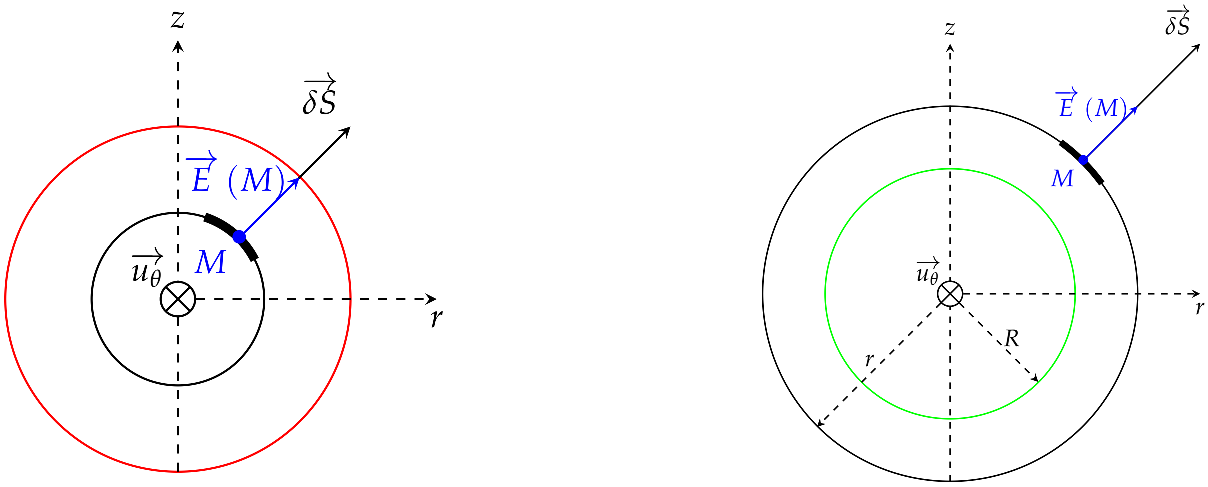


FIGURE 2 – Surface de Gauss pour la sphère. À Gauche, on s'est placé dans le cas où $r < R$ et à droite dans le cas où $r > R$. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.

   (c) Capacité d'un condensateur plan

   > **Capacité exigible (PC) :** Établir l'expression du champ créé par un condensateur plan. Déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur plan.

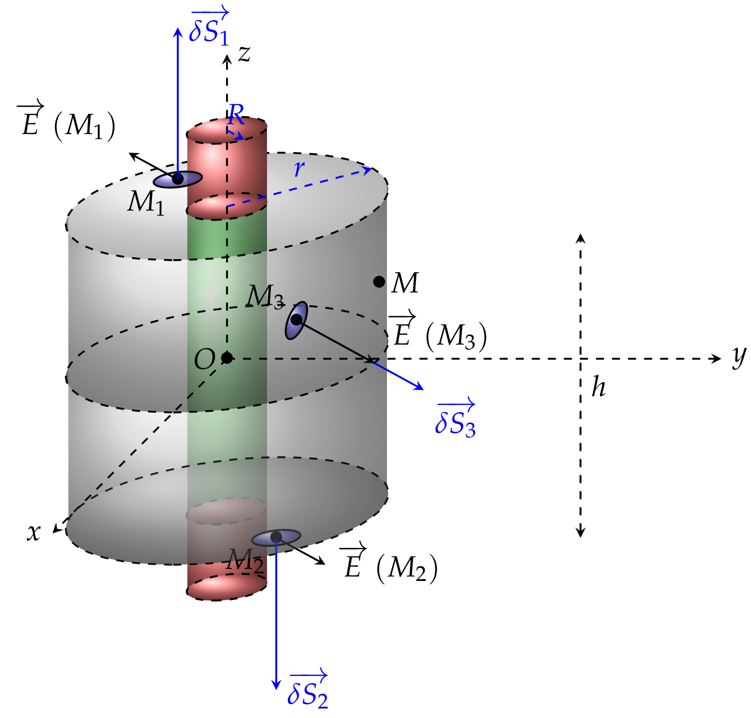


FIGURE 3 – Surface de Gauss pour le cylindre infini. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.

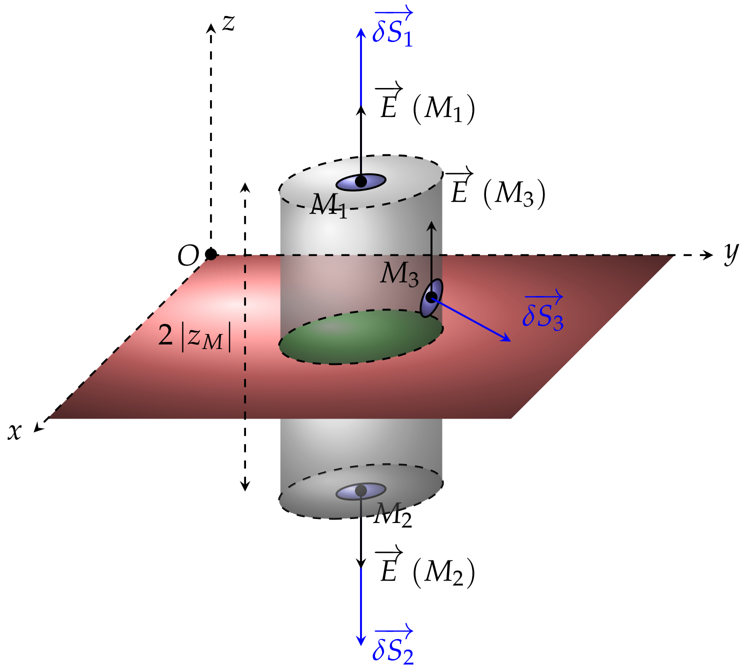


FIGURE 4 – Surface de Gauss pour le plan infini. On a représenté en vert la charge intérieure à cette surface.

> **Capacité exigible (PSI) :** Énoncer et appliquer le théorème de Gauss. Établir le champ électrique et le potentiel créés par une charge ponctuelle, une distribution de charge à symétrie sphérique, une distribution de charge à symétrie cylindrique.
> Exploiter le théorème de superposition. Utiliser le modèle de la distribution surfacique de charge.
> Établir le champ électrique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.

6. Théorème de Gauss pour le champ de gravitation

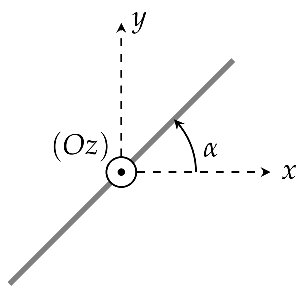
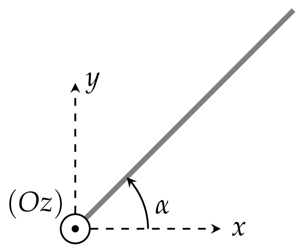
> **Capacité exigible (PC) :** Utiliser les analogies entre les forces électrostatique et gravitationnelle pour déterminer l'expression de champs gravitationnels.

> **Capacité exigible (PSI) :** Établir les analogies entre les champs électrique et gravitationnel.

II Solide en rotation autour d'un axe fixe

1. Éléments de cinématique des solides
   (a) Centre de masse
   (b) quantité de mouvement
   (c) moment cinétique
   (d) énergie cinétique
2. Cinématique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe
   (a) torseur cinématique
   (b) moment d'inertie

> **Capacité exigible :** Exploiter, pour un solide, la relation entre le moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.
> Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.

> **Réponse :** Le moment d'inertie est d'autant plus grand que la distribution de masse est éloignée de l'axe de rotation. Par exemple, une tige de masse de masse m et de longueur L aura un moment d'inertie $J_1 = \frac{mL^2}{12}$ (cas de gauche où l'axe de rotation passe par le centre de masse) et $J_2 = \frac{mL^2}{3}$ (cas de droite où l'axe de rotation passe par l'extrémité de la tige).
>
> 
>
>
> 
>

3. Actions mécaniques extérieures
   (a) forces volumiques ou surfaciques
   (b) moment de force

> **Capacité exigible :** Définir un couple.

> **Réponse :** Si un solide est soumis à un ensemble de forces dont la résultante est nulle, alors le moment résultant est appelé couple.

4. Dynamique des solides en rotation autour d'un axe fixe
   (a) loi de la quantité de mouvement
   (b) loi du moment cinétique

> **Capacité exigible :** Exploiter le théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen.

   (c) liaison pivot parfaite

> **Capacité exigible :** Définir une liaison pivot et justifier le moment qu'elle peut produire.

   (d) exemple du pendule de torsion (voir figure 5)

> **Capacité exigible :** Établir l'équation du mouvement.
> Établir une intégrale première du mouvement.

   (e) pendule pesant

> **Capacité exigible :** Établir l'équation du mouvement.
> Établir une intégrale première du mouvement.

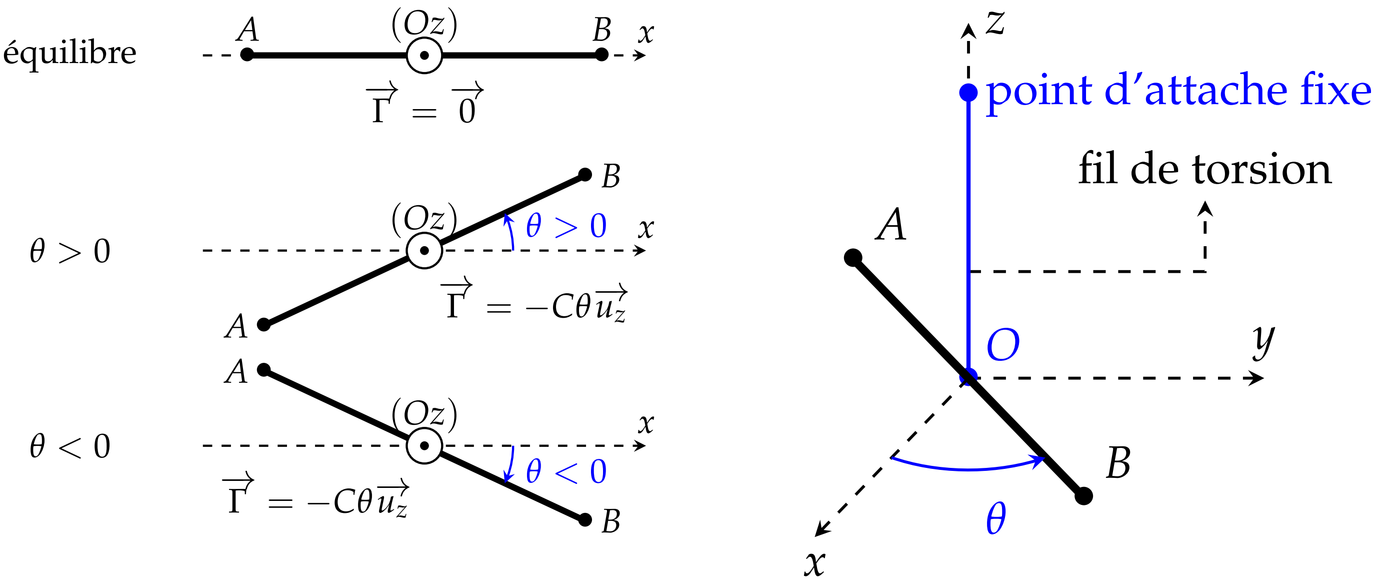


FIGURE 5 – Pendule de torsion. Celui-ci est à l'équilibre si $\theta = 0$ et subit un couple de rappel si $\theta \neq 0$.

Conseils méthodologiques : Si on étudie un solide en rotation autour d'un axe fixe, il est conseillé :

1. d'étudier les forces, moments (voire couples). Notamment, bien étudier le lieu d'application de la force : la force agit-elle sur un point du solide, sur une surface du solide ou sur l'ensemble du volume du solide.
2. d'appliquer prioritairement la loi du moment cinétique.
3. Si nécessaire, d'ajouter la loi du centre d'inertie (2ême loi de Newton) sous la forme : $m\overrightarrow{a}(G) = \sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}}$.