

Programme de colle 25

S. Benhajlahsen → PCSI₁



Semaine du lundi 15 avril 2024

Sommaire

I	Statique des fluides dans un référentiel galiléen	1
II	Phénomènes magnétiques	3

Au programme cette semaine :

I Statique des fluides dans un référentiel galiléen

1. Forces pressantes exercées sur une surface

|| **Capacité exigible :** Citer des exemples de forces surfaciques ou volumiques.

- (a) définition de la pression
- (b) cas d'une surface élémentaire
- (c) particule fluide
- (d) champ de force dans un fluide au repos

2. Pression dans un fluide au repos

- (a) fluide en équilibre
- (b) équation de la statique des fluides

|| **À retenir :** Dans le cas d'un fluide au repos soumis uniquement à la pesanteur, la pression vérifie :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(P) = \rho \overrightarrow{g}$$

|| **Capacité exigible :** Établir l'équation locale de la statique des fluides.

|| **Capacité exigible :** Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.

|| **Réponse :** Pour une particule-fluide de volume δV , la résultante des forces pressantes s'écrit :

$$\overrightarrow{\delta f}_{\text{pressantes}} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P) \delta V$$

- (c) surfaces isobares

3. Statique des fluides homogènes et incompressibles

|| **Capacité exigible :** Citer des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.

|| **Réponse :** On retiendra :

- la pression atmosphérique au sol $P \approx 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$;
- La pression augmente de 1 bar par mètre dans l'eau. Ainsi, pour une profondeur de l'ordre de 1 kilomètre, la profondeur de l'ordre de 100 bar.
- Dans le modèle de l'atmosphère isotherme, la pression diminue d'un facteur $\exp(-1) \approx 0,36$ au sommet de l'Himalaya ($\approx 8,8 \text{ km}$).

- (a) champ de pression

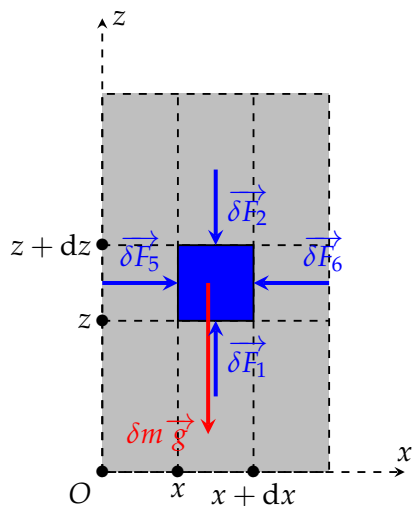


FIGURE 1 – Vue dans un plan vertical.

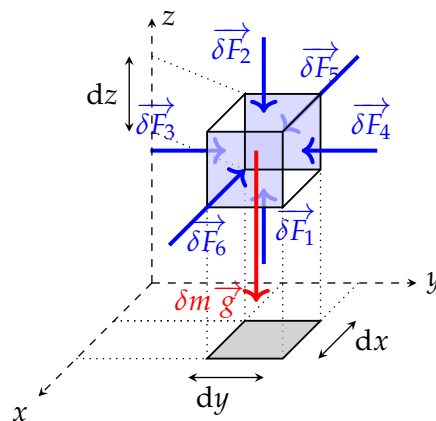


FIGURE 2 – Vue en trois dimensions.

(b) mesure de la pression

4. Statique des fluides inhomogènes et compressibles

(a) un modèle simple de gaz : le gaz parfait

(b) modèle l'atmosphère terrestre isotherme

(c) interprétation statistique

|| **Capacité exigible :** S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann.

|| Utiliser $k_B T$ comme référence des énergies mises en jeu à l'échelle microscopique.

5. Actions exercées par les fluides au repos

(a) calcul direct des forces pressantes sur une paroi

|| **Capacité exigible :** Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées.

|| Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Évaluer une résultante de forces de pression.

(b) théorème d'Archimède

|| **Capacité exigible :** Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède. Exploiter la loi d'Archimède.

II Phénomènes magnétiques

1. Action d'un champ magnétique sur un courant 1

(a) force de Laplace

Situation :

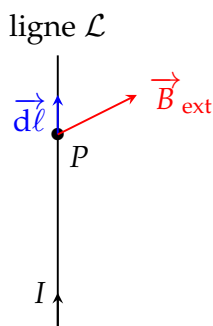


FIGURE 3 – Fil électrique soumis à un champ magnétique extérieur.

Le fil subit une force de Laplace :

$$\vec{F}_{\text{Laplace}} = \int_{\text{ligne } \mathcal{L}} I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$$

Capacité exigible : Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.

(b) moment de force de Laplace

(c) exemples

i. rail de Laplace (voir figure 4)

Capacité exigible : Établir et citer l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. Exprimer la puissance des forces de Laplace.

Exercice 1 : On considère deux rails métalliques conducteurs, filiformes et parallèles (voir figure 4). Un générateur de tension E est placé entre les rails et crée le courant I . Sur les rails est placée une barre mobile. L'ensemble est situé dans un plan horizontal. L'ensemble est soumis à un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{u}_z$ uniforme et permanent.

1. Montrer que la barre subit une force de Laplace $\vec{F} = IBL\vec{u}_x$.
2. Justifier que la vitesse de la barre $v = \dot{x}$ vérifie :

$$\frac{dv^2}{dt} = \frac{2IBLv}{m}$$

ii. Cadre en rotation (voir figures 5 et 6)

Capacité exigible : Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d'un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de côtés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l'axe.

Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique.

Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.

Réponse : Dans l'exemple des figures 5 et 6, on constate que la résultante des forces de Laplace est nulle. Le moment résultant est alors un couple et on peut le calculer de deux manières :

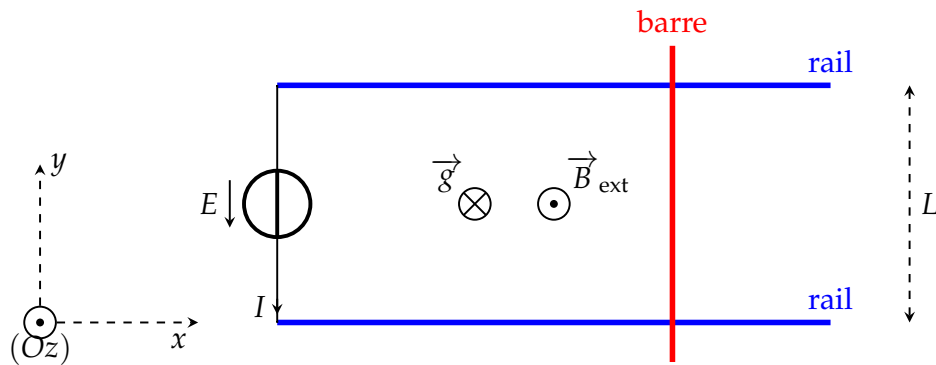


FIGURE 4 – Rails de Laplace.

- $\vec{\Gamma} = \int_{M \in \text{cadre}} \vec{OM} \wedge (I d\vec{\ell}) \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$
- On peut définir le moment magnétique du cadre $\vec{\mu} = I \vec{S} = Iab\vec{u}_\theta$ puis le couple des actions de Laplace $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$.

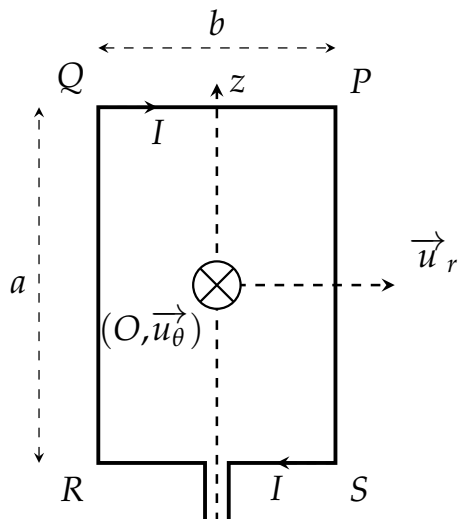


FIGURE 5

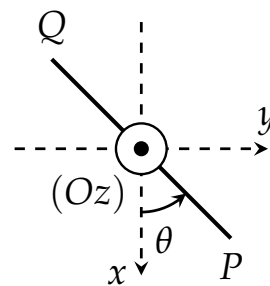


FIGURE 6

2. Moments dipolaires magnétiques

(a) définition (voir figure 7)

- || **Capacité exigible :** Associer à un aimant un moment magnétique par analogie avec une boucle de courant.
- || **Capacité exigible :** Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.
- || **Réponse :** On notera $\vec{\mu} = I \vec{S}$ le moment magnétique qui se mesure en $A \cdot m^2$.
- || **Capacité exigible :** Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
- || **Réponse :** Un aimant usuel a un moment magnétique de l'ordre du $A \cdot m^2$ (voir plus loin).

(b) champ créé à grande distance par un moment dipolaire magnétique

(c) action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un dipôle magnétique

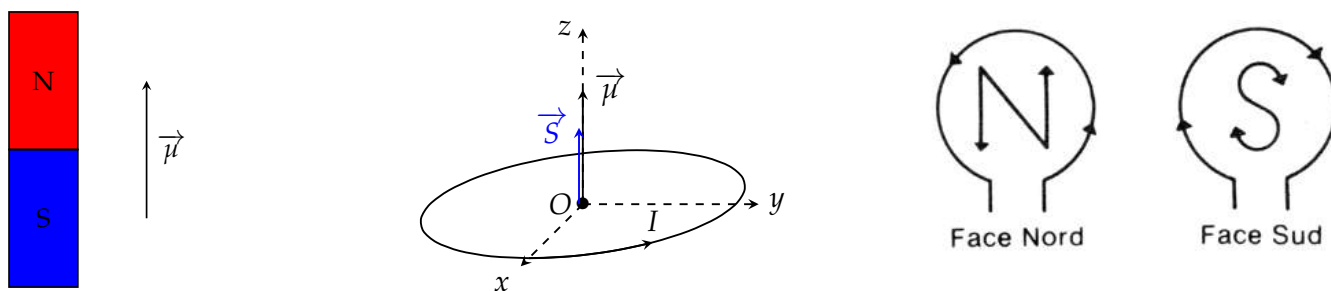


FIGURE 7 – A gauche, un aimant où le moment magnétique est orienté du sud vers le nord. Au centre, la **modélisation** par une boucle de courant. A droite, pour la spire, on pourrait définir une face nord et une face sud. Ce sont les deux pôles d'un aimant d'où le nom de dipôle magnétique.

À retenir : Un moment magnétique $\vec{\mu}$ soumis à un champ magnétique extérieur \vec{B}_{ext} subit :

- une résultante de force de Laplace nulle ;
- un moment/couple de force de Laplace $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$; item une énergie potentielle $E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{\text{ext}}$.

Capacité exigible : Positions d'équilibre et stabilité.

Exercice 2 : On considère la situation de la figure 8. L'aiguille aimantée est libre de tourner sans frottement autour de l'axe (Oz) avec un moment d'inertie J et est soumise à un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}_x$.

1. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_p de l'aiguille et le couple de Laplace $\vec{\Gamma}$ qu'elle subit.
2. Déterminer les positions d'équilibre et leur stabilité :
 - à partir de E_p ;
 - à partir de $\vec{\Gamma}$.
3. Déterminer de deux manières différentes l'équation du mouvement.

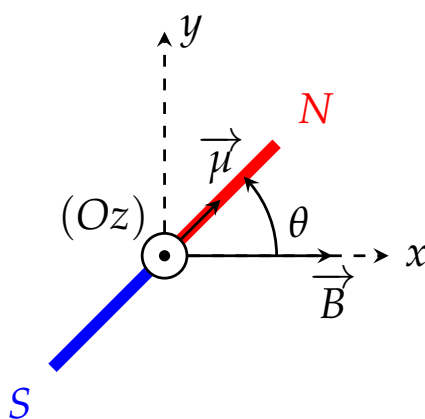


FIGURE 8 – Rotation d'une aiguille aimantée.

Capacité exigible (PC et PSI) : Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle, de la résultante et du moment. Décrire qualitativement l'évolution d'un dipôle magnétique dans un champ magnétique extérieur.

(d) action d'un champ magnétique non-uniforme sur un dipôle magnétique

3. Magnétisme dans la matière

(a) moment magnétique orbitaire

|| **Capacité exigible (PC) :** Relier le moment magnétique d'un atome d'hydrogène à son moment cinétique.

|| **Capacité exigible (PC) :** Rapport gyromagnétique de l'électron. Magnéton de Bohr.
Construire en ordre de grandeur le magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle.

|| **Capacité exigible (PSI) :** Établir l'expression du magnéton de Bohr dans le cadre du modèle de Bohr.

(b) moment magnétique de spin électronique et nucléaire (hors-programme)

(c) matériau paramagnétique et ferromagnétique

|| **Capacité exigible (PC) :** Évaluer l'ordre de grandeur maximal du moment magnétique volumique d'un aimant permanent.

|| **Réponse :** La réponse peut être retrouvée à partir du magnéton de Bohr $\mu_B = 9,274 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$ qui représente **l'ordre de grandeur du moment magnétique l'échelle atomique**. Si on prend un aimant solide avec une structure cristalline cubique pour laquelle le pas du réseau est de l'ordre de $a \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ alors on a une densité d'atome de l'ordre de $n^* = \frac{1}{a^3} = 10^{30} \text{ atomes/m}^3$. Pour un aimant de volume proche de 1 cm^3 cela donne un nombre d'atome $N = 10^{24}$ puis un moment magnétique résultant maximal $N\mu_B = 1 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$.

|| **Remarque :** Cette valeur dépend de la « dureté » de l'aimant. Elle est beaucoup plus grande pour un aimant en Néodyme (Nd) que pour un aimant en oxyde de Fer (Fe_3O_4).