Programme de colle 6

S. Benlhajlahsen → *PCSI*$_1$

Semaine du lundi 4 Novembre 2024

Sommaire

Au programme cette semaine :

I Circuit linéaire du premier ordre

I.A Régime libre, réponse à un échelon de tension

À retenir : Un circuit électrique est en régime transitoire lorsqu'on modifie brutalement la tension du générateur[a] (voir figure 1).

a. ou qu'on commute un interrupteur

FIGURE 1 – À gauche, circuit (R, C) soumis à un échelon de tension (interrupteur fermé à l'instant $t = 0$). À droite, circuit (R, L) soumis à un échelon de tension.

À retenir : On parle de régime libre lorsque le circuit évolue sans générateur électrique (voir figure 3).

FIGURE 2 – À gauche, circuit (R, C) en régime libre. À droite, circuit (R, L) en régime libre.

Capacité exigible : Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon de tension.

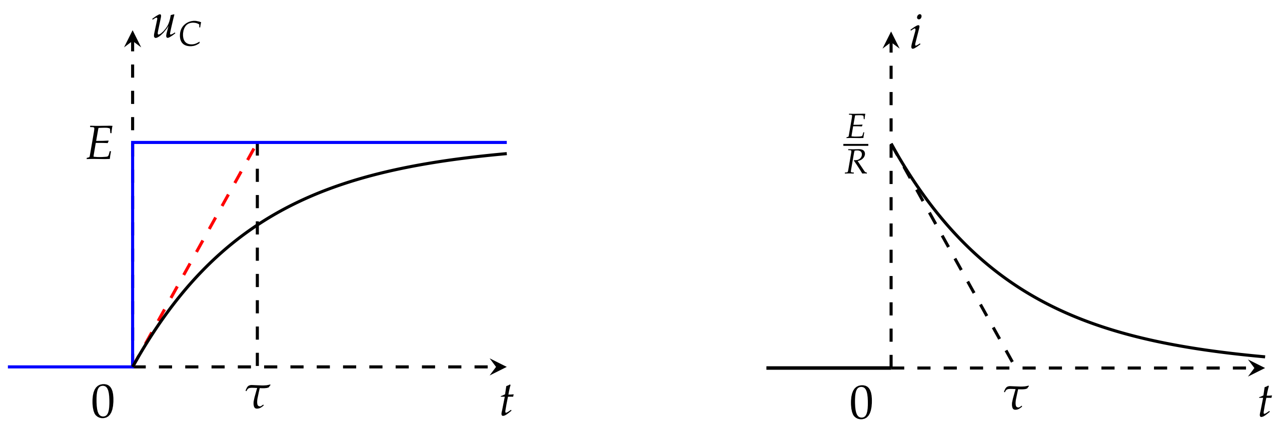

FIGURE 3 – Régime de charge pour le circuit (R,C)

Capacité exigible : Interpréter et utiliser la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine.

Capacité exigible : Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.

Capacité exigible : Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension.

Réponse : L'équation différentielle peut se mettre sous la **forme canonique** :

$$\forall t > 0,\ \tau \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u(t) = u_\infty$$

où τ est la constante de temps du régime transitoire : c'est **l'ordre de grandeur de la durée** du régime transitoire. La solution générale est de la forme :

$$\forall t > 0,\ u(t) = K \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + u_\infty$$

où $u_\infty = \lim_{t \to \infty} u(t)$. En régime libre, $u_\infty = 0$. La constante K dépend des conditions initiales.

Capacité exigible : Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

Réponse : C'est la constante τ de la forme canonique. Le régime transitoire sera terminé à 99% au-delà de 5τ environ.

I.B Stockage et dissipation d'énergie

Capacité exigible : Réaliser un bilan énergétique.

Méthode : Partant de la loi des mailles, on multiplie la relation par i et on obtient un bilan de puissance. L'intégration de ce bilan de puissance sur un intervalle de temps donne le bilan énérgétique.

II Description et paramétrage du mouvement d'un point

Capacité exigible : Citer une situation où la description classique de l'espace ou du temps est prise en défaut.

Réponse : À une vitesse proche de la vitesse de la lumière ou près d'un astre massif, on entre dans le cadre relativiste et la mesure du temps ou de l'espace dépend du référentiel.

II.A Cinématique du point

- Description du mouvement d'un point. Nécessité de trois coordonnées d'espace.
- Vecteurs position $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$, vitesse $\overrightarrow{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$ et accélération $\overrightarrow{a} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t^2}$.
- Systèmes de coordonnées.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{r} &= x\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{v} &= \dot{x}\overrightarrow{u_x} + \dot{y}\overrightarrow{u_y} + \dot{z}\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{a} &= \ddot{x}\overrightarrow{u_x} + \ddot{y}\overrightarrow{u_y} + \ddot{z}\overrightarrow{u_z}\end{aligned}$$

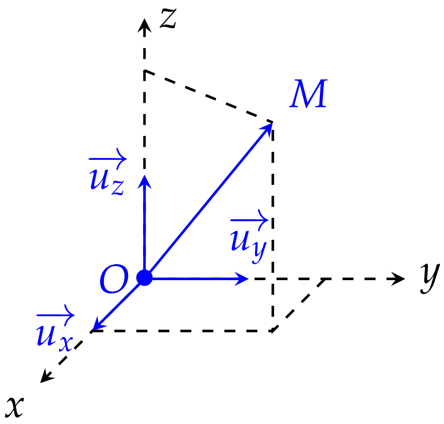

FIGURE 4 – Coord. cartésiennes.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{r} &= r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{v} &= \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + \dot{z}\overrightarrow{u_z}\\ \overrightarrow{a} &= \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta} +\\ &\ddot{z}\overrightarrow{u_z}\end{aligned}$$

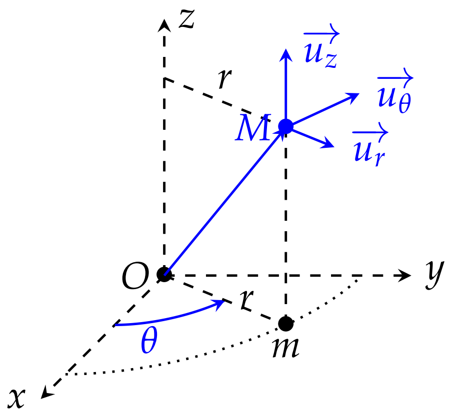

FIGURE 5 – Coord. cylindriques.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{r} &= r\overrightarrow{u_r}\\ \overrightarrow{v} &= \dot{r}\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + r\sin(\theta)\,\dot{\varphi}\overrightarrow{u_\varphi}\end{aligned}$$

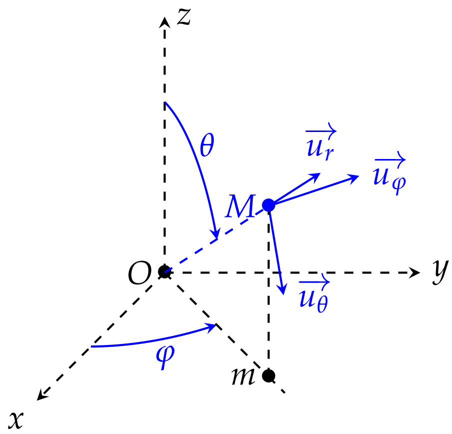

FIGURE 6 – Coord. sphériques.

Capacité exigible : Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les seuls cas des coordonnées cartésiennes et cylindriques.

Capacité exigible : Identifier les degrés de liberté d'un mouvement. Choisir un système de coordonnées adapté au problème.

- déplacements élémentaires
- Mouvement à vecteur accélération constant.

  Capacité exigible : Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps. Établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.

- Mouvement circulaire uniforme et non uniforme.

  Capacité exigible : Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes.

  Remarque : Un mouvement circulaire uniforme a une norme de vitesse constante mais une accélération non-nulle.

- Repérage d'un point dont la trajectoire est connue. Vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour une trajectoire plane.

$$\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = \mathrm{d}x\overrightarrow{u_x} + \mathrm{d}y\overrightarrow{u_y} + \mathrm{d}z\overrightarrow{u_z}$$

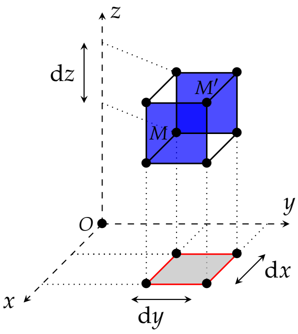

FIGURE 7 – Déplacements élémentaires.

$$\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = \mathrm{d}r\overrightarrow{u_r} + r\mathrm{d}\theta\overrightarrow{u_\theta} + \mathrm{d}z\overrightarrow{u_z}$$

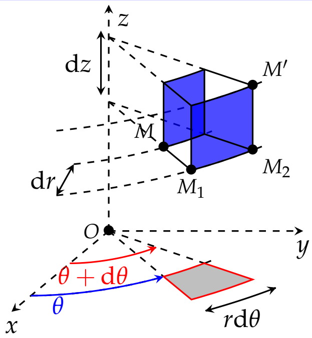

FIGURE 8 – Déplacements élémentaires.

$$\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = \mathrm{d}r\overrightarrow{u_r} + r\mathrm{d}\theta\overrightarrow{u_\theta} + r\sin(\theta)\,\mathrm{d}\varphi\overrightarrow{u_\varphi}$$

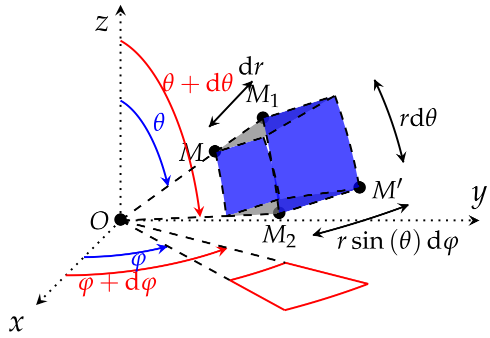

FIGURE 9 – Déplacements élémentaires.

Capacité exigible : Situer qualitativement la direction du vecteur vitesse et du vecteur accélération pour une trajectoire plane. Exploiter les liens entre les composantes du vecteur accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur vitesse et sa variation temporelle.

Réponse : $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{\tau} + \frac{v^2}{R}\overrightarrow{n}$ où :

- $\overrightarrow{\tau}$ est le vecteur unitaire tangent à la trajectoire tel que $\overrightarrow{v} = v\overrightarrow{\tau}$ et $\overrightarrow{n}$ est le vecteur normal dirigé vers le centre de la trajectoire ;
- $\overrightarrow{a_t}$ est l'accélération tangentielle liée à l'évolution de la norme de la vitesse ; $\overrightarrow{a_n}$ est l'accélération normale lié au changement de direction du vecteur vitesse ;
- R est le rayon local de la trajectoire.

On retrouve alors qu'un mouvement uniforme ne présente pas d'accélération tangentielle.