Programme de colle 7

S. Benlhajlahsen → PCSI$_1$

Semaine du lundi 11 Novembre 2024

Sommaire

Au programme cette semaine :

I Lois de Newton

- Masse d'un système. Conservation de la masse pour système fermé.

> **Capacité exigible :** Exploiter la conservation de la masse pour un système fermé.

> **Remarque :** Un système fermé est un système qui n'échange pas de masse avec l'extérieur.

- Quantité de mouvement d'un point et d'un système de points. Lien avec la vitesse du centre de masse d'un système fermé.

> **À retenir :** La quantité de mouvement[a] d'un point M de masse en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}$ est le vecteur :
>
> $$\overrightarrow{p}\,(M/\mathcal{R}) = m\overrightarrow{v}\,(M/\mathcal{R})$$
>
> a. *linear momentum* en anglais.

> **Capacité exigible :** Établir l'expression de la quantité de mouvement pour un système de deux points sous la forme $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}\,(G/\mathcal{R})$.

> **Réponse :** Dans le cas d'un système $\mathcal{S}$ formé de masses ponctuelles m_1 et m_2 (voir figure 1), la quantité de mouvement s'écrit :
>
> $$\overrightarrow{p}\,(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \overrightarrow{p}\,(M_1/\mathcal{R}) + \overrightarrow{p}\,(M_2/\mathcal{R}) = m_1\overrightarrow{v}\,(M_1/\mathcal{R}) + m_2\overrightarrow{v}\,(M_2/\mathcal{R})$$
>
> On peut définit le centre de masse G du système par :
>
> $$\overrightarrow{0} = m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} \Longleftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}}{m_1 + m_2}$$
>
> En dérivant cette relation, on obtient alors :
>
> $$\overrightarrow{v}\,(G/\mathcal{R}) = \frac{m_1\overrightarrow{v}\,(M_1/\mathcal{R}) + m_2\overrightarrow{v}\,(M_2/\mathcal{R})}{m_1 + m_2}$$
>
> puis
>
> $$\overrightarrow{p}\,(\mathcal{S}/\mathcal{R}) = \overrightarrow{p}\,(M_1/\mathcal{R}) + \overrightarrow{p}\,(M_2/\mathcal{R}) = (m_1 + m_2)\,\overrightarrow{v}\,(G/\mathcal{R})$$
>
> Ainsi, la quantité de mouvement du système est la quantité de mouvement du centre de masse G auquel on a affecté toute la masse.

- Première loi de Newton : principe d'inertie. Référentiels galiléens.

> **Capacité exigible :** Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.

> **À retenir** Il existe une classe de référentiels, appelés référentiels galiléens, dans lesquels, un point matériel isolé ou pseuso-isolé est en mouvement rectiligne uniforme.

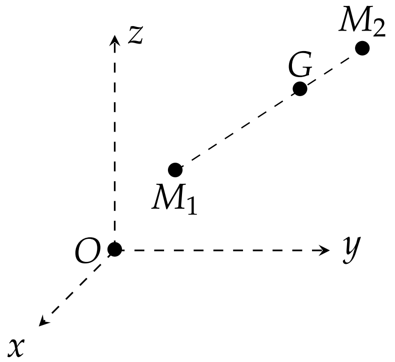

FIGURE 1 – Système $\mathcal{S}$ formé de deux masses ponctuelles. G est son centre de masse.

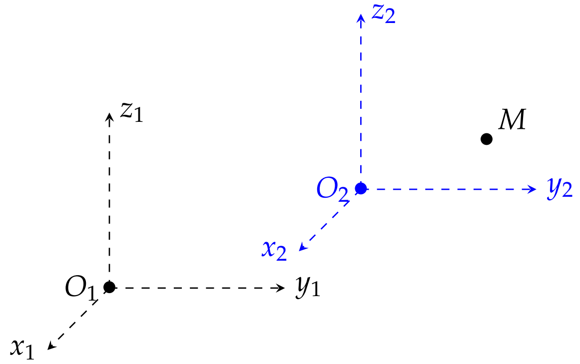

FIGURE 2 – Deux référentiels $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$.

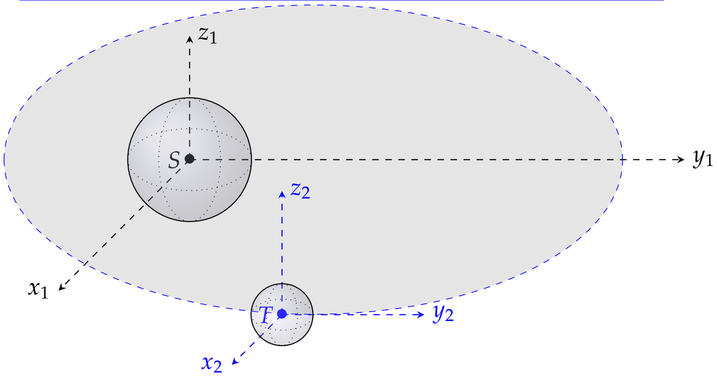

FIGURE 3 – Référentiels héliocentrique et géocentrique. On a ranjouté en gris le plan de l'écliptique.

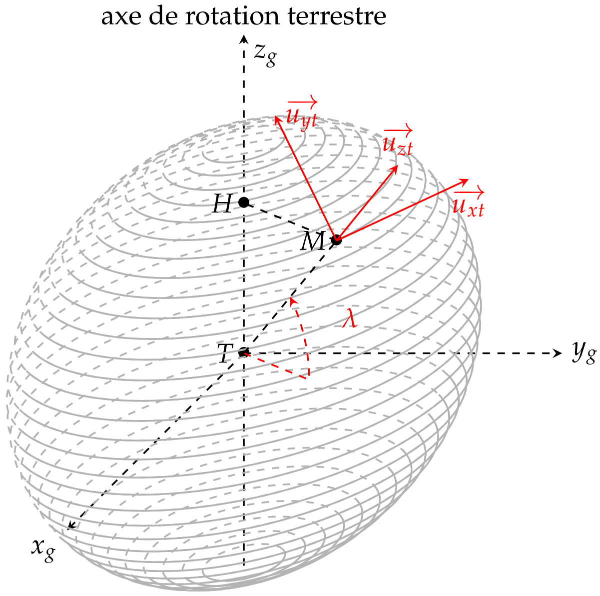

FIGURE 4 – Référentiel terrestre en rouge. λ est la latitude.

> **Remarque :** Dans un référentiel considéré galiléen, on dira que le **principe d'inertie** ou **première loi de Newton** s'applique.

> **Remarque :** Le choix du référentiel galiléen n'a pas de conséquence sur le principe d'inertie. En effet, deux référentiels galiléens $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ galiléens sont en translation rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre (voir figure 2). Ainsi, les vitesses de M par rapport aux référentiels $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ vérifient :
>
> $$\vec{v}\,(M/\mathcal{R}_1) = \vec{v}\,(M/\mathcal{R}_2) + \vec{v_e}$$
>
> où $\vec{v_e}$ est la vitesse de translation $\mathcal{R}_2$ par rapport à $\mathcal{R}_1$ qui est constante au cours du temps. Si on dérive la loi de composition des vitesses précédente, on obtient :
>
> $$\vec{a}\,(M/\mathcal{R}_1) = \vec{a}\,(M/\mathcal{R}_2)$$

- Notion de force. Troisième loi de Newton.

> **Capacité exigible :** Établir un bilan des forces sur un système ou sur plusieurs systèmes en interaction et en rendre compte sur un schéma.

- Deuxième loi de Newton. Théorème[1] de la quantité de mouvement.

> **Capacité exigible :** Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel ou du centre de masse d'un système fermé dans un référentiel galiléen.

- Force de gravitation. Modèle du champ de pesanteur uniforme au voisinage de la surface d'une planète. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme.

> **Remarque** Le poids est **légèrement différent** de la force de gravitation par suite de la rotation de la Terre. Si on note G la constante de gravitation, M_T la masse de la Terre,R_T le rayon de la Terre, Ω_T le taux de rotation de la Terre dans le référentiel géocentrique et λ la latitude du point sur le sol sous la forme :
>
> $$\overrightarrow{g} = -\frac{GM_T}{R_T^2}\overrightarrow{u_{zg}} - \overrightarrow{a_e} = -\frac{GM_T}{R_T^2}\overrightarrow{u_{zg}} + \Omega_T^2 \cdot \overrightarrow{HM}$$
>
> Le point H étant le projeté orthogonal de M sur l'axe de rotation terrestre (voir figure 4).

> **Capacité exigible :** Etudier le mouvement d'un système modélisé par un point matériel dans un champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.

- Modèles d'une force de frottement fluide. Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute.

> **Capacité exigible :** Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique. Écrire une équation adimensionnée.

- Modèle linéaire de l'élasticité d'un matériau.

> **Capacité exigible :** Modéliser un comportement élastique par une loi de force linéaire ; extraire une constante de raideur et une longueur à vide à partir de données mesurées ou fournies. Analyser la limite d'une modélisation linéaire à partir de documents expérimentaux.

- Tension d'un fil. Pendule simple.

> **Capacité exigible :** Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire.

- Modèle des lois de frottement de glissement : lois de Coulomb.

> **Capacité exigible :** Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.

> **Lois de Coulomb** Coulomb établit le premier des lois simples du frottement sec[a]. Si on étudie le mouvement du solide $\mathcal{S}_1$ par rapport au solide $\mathcal{S}_2$. Le solide support $\mathcal{S}_2$ exerce sur le solide $\mathcal{S}_1$ des actions de contact appelés **réaction du support** $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R}_{\mathrm{N}} + \overrightarrow{R}_{\mathrm{T}}$ (voir figure 5) qui se décompose en :
>
> — la **réaction normale** $\overrightarrow{R}_{\mathrm{N}}$ dirigée généralement du support vers le solide étudié[b] tant qu'il y a contact entre les deux solides. Le contact cesse dès lors que $\left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{N}}\right\| = 0$.
>
> — la **réaction tangentielle** ou **force de frottement solide** qui appartient au plan tangent au contact entre les deux solides.
>
> — si les solides glissent l'un par rapport à l'autre alors :
>
> $$\left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{T}}\right\| = f_d \cdot \left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{N}}\right\|$$
>
> où f_d est le coefficient de frottement dynamique.
>
> — dans un cas de non-glissement :
>
> $$\left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{T}}\right\| < f_s \cdot \left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{N}}\right\|$$
>
> où f_s est le coefficient de frottement statique.
>
> Le glissement s'amorce alors lorsque :
>
> $$\left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{T}}\right\| = f_s \cdot \left\|\overrightarrow{R}_{\mathrm{N}}\right\|$$

1. loi

a. en reprenant une partie des travaux de Guillaume Amontons.
b. ici, le solide $\mathcal{S}_1$.

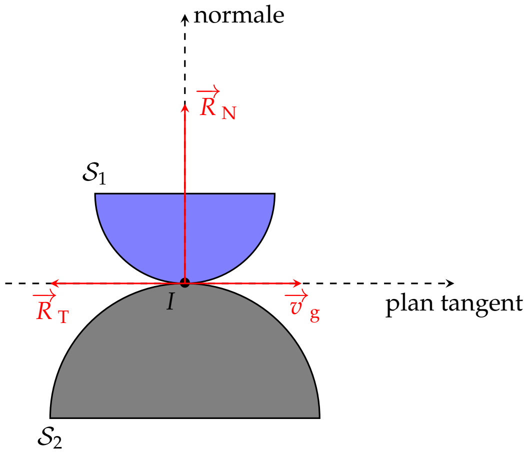

FIGURE 5 – Contact entre deux solides.

II Circuit linéaire du premier ordre

II.A Régime libre, réponse à un échelon de tension

À retenir : Un circuit électrique est en régime transitoire lorsqu'on modifie brutalement la tension du générateur[a] (voir figure 6).

a. ou qu'on commute un interrupteur

FIGURE 6 – À gauche, circuit (R, C) soumis à un échelon de tension (interrupteur fermé à l'instant $t = 0$). À droite, circuit (R, L) soumis à un échelon de tension.

À retenir : On parle de régime libre lorsque le circuit évolue sans générateur électrique (voir figure 8).

FIGURE 7 – À gauche, circuit (R, C) en régime libre. À droite, circuit (R, L) en régime libre.

Capacité exigible : Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon de tension.

Capacité exigible : Interpréter et utiliser la continuité de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité du courant traversant une bobine.

Capacité exigible : Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.

Capacité exigible : Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension.

Réponse : L'équation différentielle peut se mettre sous la **forme canonique** :

$$\forall t > 0,\ \tau \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u(t) = u_\infty$$

où τ est la constante de temps du régime transitoire : c'est **l'ordre de grandeur de la durée** du régime transitoire. La

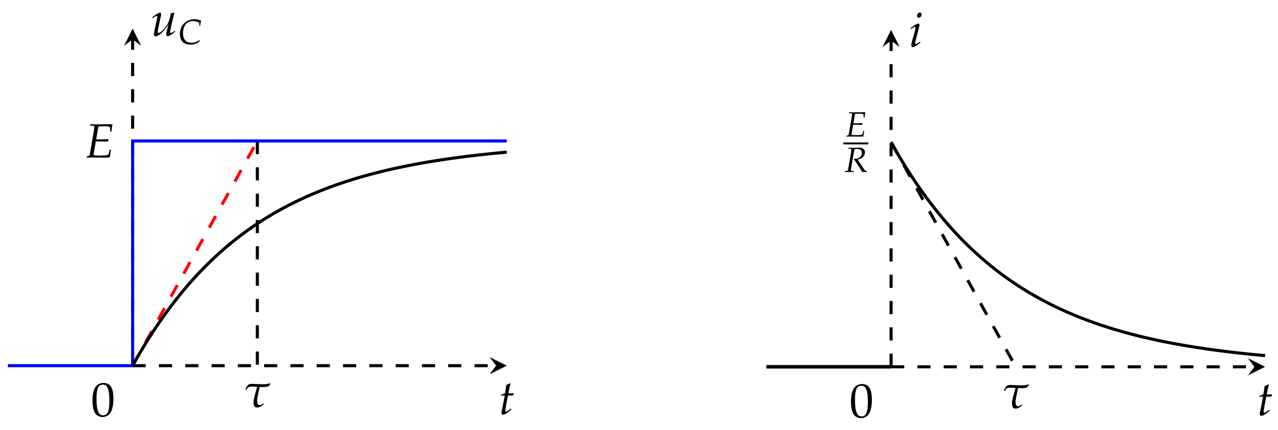

FIGURE 8 – Régime de charge pour le circuit (R,C)

solution générale est de la forme :

$$\forall t > 0,\ u(t) = K \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + u_\infty$$

où $u_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} u(t)$. En régime libre, $u_\infty = 0$. La constante K dépend des conditions initiales.

Capacité exigible : Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

Réponse : C'est la constante τ de la forme canonique. Le régime transitoire sera terminé à 99% au-delà de 5τ environ.

II.B Stockage et dissipation d'énergie

Capacité exigible : Réaliser un bilan énergétique.

Méthode : Partant de la loi des mailles, on multiplie la relation par i et on obtient un bilan de puissance. L'intégration de ce bilan de puissance sur un intervalle de temps donne le bilan énérgétique.